

ODW 2016 - A

Nazwisko i imię (czytelnie):

1. Oblicz odstęp $e(A, B)$ i $e(B, A)$ oraz odległość Hausdorffa zbiorów:
 $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3\}$ oraz $B = \{(x, y) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 3\}$.
2. Znaleźć **oba** przeciwobrazy zbioru $[0, 1]$ poprzez multifunkcję $F(t) = [1, 2]$ dla $t > 0$, $F(0) = [-1, 1]$ oraz $F(t) = [-2, -1]$ dla $t < 0$.
3. Jeżeli F jest dowolną multifunkcją oraz $A \subset B$, to jakie są zależności $F^-(A)$ i $F^-(B)$? Odpowiedź uzasadnij i podaj odpowiednie przykłady.
4. Obliczyć granice Kuratowskiego ciągu zbiorów: $A_n = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\} + \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right)$ na \mathbb{R} z metryką $d(x, y) = |x - y|$.
5. Zbadaj znane Ci rodzaje ciągłości multifunkcji $F : X \rightarrow 2^Y$, gdzie $X = \mathbb{R}$, a $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ z topologią $\tau = \{\emptyset, Y, \{2, 3\}, \{4\}, \{2, 3, 4\}\}$.
 F dana jest wzorem

$$F(x) = \begin{cases} \{2, 5\} & \text{for } x < 0, \\ \{2, 3, 5\} & \text{for } x = 0, \\ \{4, 5\} & \text{for } x > 0. \end{cases}$$

6. Oblicz całkę Aumanna: $\int_{[0,2]} F(t) dt$, gdy $F : [0, 2] \rightarrow 2^{\mathbb{R}}$ dana jest wzorem

$$F(x) = \begin{cases} \{2, 3\} & \text{for } x \in (0, 1], \\ \{1, 4\} & \text{for } x \in (1, 2]. \end{cases}$$

7. Zbadaj ciągłość multifunkcji $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $F(x, y) = \text{dist}(K((x, y), 1), K((0, 0), 1))$, gdy na \mathbb{R}^2 rozpatrzyć metryki d :
 - a) $d = d_2$,
 - b) $d = d_1$.
8. Oblicz $A + B$, gdy:
 $A = \{(x, y) : y = x, x \in [0, 1]\}$, $B = \{(x, y) : y = 0, x \in [0, 1]\}$.