ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XLII (2006)

Shiing-Shen Chern

Moja edukacja matematyczna[1]

1. Początki edukacji w Chinach. Rozpocząłem naukę w Gimnazjum Fulun w Tianjin w styczniu 1923 roku. Była to czteroletnia szkoła średnia, a ja zostałem przyjęty do pierwszej klasy na drugie półrocze. Program nauczania matematyki obejmował:

w pierwszej klasie arytmetykę – według chińskiego podręcznika;
w drugiej klasie – algebrę, z książki Halla i Knighta;
w trzeciej – geometrię (podręcznik Wentworta i Smitha);
w czwartej – trygonometrię (z Wentworta i Smitha) oraz
bardziej zaawansowaną algebrę (znów z Halla i Knighta).

Moi nauczyciele byli kompetentni i pełni oddania, a ja robiłem mnóstwo zadań. W czwartym roku nauki potrafiłem rozwiązać wiele cytowanych w książce Halla i Knighta problemów z egzaminów Tripos w Cambridge.

Skończyłem Gimnazjum Fulun w 1926 roku. Wstępując w tym samym roku na Uniwersytet Nankai, przeskoczyłem dwa lata szkoły. W rezultacie nigdy nie odbyłem kursu geometrii analitycznej. Co gorsza, musiałem zdać egzamin wstępny na uniwersytet, którego część matematyczna składała się głównie z geometrii analitycznej. Przez trzy tygodnie przed egzaminem studiowałem samodzielnie podręcznik analizy matematycznej Younga i Morgana. Jeśli dobrze pamiętam, osiągnąłem drugi najlepszy wynik na tym egzaminie. Pojęcie „ognisk krzywej stożkowej” długo jeszcze wydawało mi się zagadkowe, zanim wiele lat później poznałem geometrię rzutową.

Po wstąpieniu na Uniwersytet Nankai szybko przekonałem się o swojej niezręczności w pracy doświadczalnej i jako jedyna możliwość pozostała mi matematyka. Miałem szczęście znaleźć nauczyciela w osobie profesora

[1] Od Redakcji. Jest to przekład artykułu *My mathematical education* S. S. Cherna, który ukazał się w książce: S. S Chern, *A Great Geometer of the 20th Century*, International Press, 1998. Redakcja dziękuje prof. dr. hab. Piotrowi Pragaczowi za zwrócenie uwagi na ten artykuł oraz wydawnictwu International Press za łaskawą zgodę na opublikowanie tłumaczenia. Tłum. Katarzyna Dymara

Li-Fu Chianga, który zrobił doktorat na Harvardzie w 1918 roku, napisawszy, pod opieką Juliana Coolidge'a, pracę o przekształceniach kontaktowych proste–sfery w przestrzeni nieeuklidesowej. W efekcie przez ostatni rok studiów uczyłem się bardzo dużo geometrii. Studiowałem między innymi książki Coolidge'a o nieeuklidesowej geometrii oraz o geometrii okręgu i sfery, Salmona *Przekroje stożka* i *Geometrię analityczną w trzech wymiarach*, Castelnuova *Geometrię analityczną i rzutową* itp. Szczególnie zafascynowało mnie dwutomowe dzieło Ottona Staudego o „Fadenkonstruktionen". Geometria kwadryk to przepiękny dział matematyki. Ucieszyłem się, widząc jego rozwinięcie w pracy J. Mosera o całkowalnych układach hamiltonowskich i teorii spektralnej (pozycja [3] bibliografii). Nawet dziś lektura książek Salmona może być być, moim zdaniem, przyjemna i pożyteczna.

Skończywszy Uniwersytet Nankai w 1930 r. przeniosłem się do Pekinu, aby pracować z profesorem Dan Sun z Tsing Hua University. Był on w tym czasie jedynym matematykiem w Chinach publikującym prace badawcze. Ten niegdysiejszy doktorant E.P. Lane'a z Uniwersytetu Chicagowskiego zajmował się rzutową geometrią różniczkową. Dziedzina ta, podwaliny której położył E.J. Wilczynski w 1901 roku, w naturalny sposób rozwinęła się z geometrii rzutowej, która przez niemal sto lat była niewątpliwą królową geometrii. Zapoznałem się z fachową literaturą i napisałem kilka artykułów. Była wśród nich moja praca magisterska o geometrii prostych rzutowych. Od czasów Plückera i Kleina geometria prostych stanowiła ulubiony temat geometrów. Rozprawa doktorska Kleina dotyczyła kwadratowych kompleksów prostych, tzn. zbiorów rozwiązań równań kwadratowych we współrzędnych Plückera. Mają one przepiękne własności; nowoczesne przedstawienie tej teorii znajduje się w książce Griffithsa i Harrisa [1].

W mojej pracy doktorskiej badałem kongruencje prostoliniowe, czyli dwuwymiarowe podrozmaitości prostych, i ściśle styczne do nich kwadratowe kompleksy prostych.

Pod koniec studiów doktoranckich, około roku 1934, zacząłem zdawać sobie sprawę z doniosłości globalnej geometrii różniczkowej. Uważano ją powszechnie za dziedzinę trudną, której uprawianie wymaga szerokiej wiedzy i mierzenia się z trudnymi i głębokimi problemami. Inspirację czerpałem głównie z książek Wilhelma Blaschkego o geometrii różniczkowej.

U podstaw tej dziedziny stała w oczywisty sposób topologia algebraiczna. Jednak ona sama była wówczas dopiero w początkowej fazie rozwoju. Veblen w monografii *Analysis Situs*, opublikowanej w 1922 roku, wprowadził „charaktery homologii" (czyli liczby Bettiego i współczynniki torsji) w terminach macierzy incydencji. W 1930 roku ukazała się *Topologia* Lefschetza, ale nie ułatwiło to początkującym zapoznania się z tematem. Uczęszczałem (1933–34) na wykład Emanuela Spernera, przebywającego czasowo na Uniwersytecie Pekińskim, gdzie m.in. przedstawił on starannie i szczegółowo dowód twierdzenia o krzywej Jordana autorstwa Erharda Schmidta.

Słuchałem także wykładów Tsai-Han Kianga, dawnego studenta Marstona Morse'a i asystenta Lefschetza, na temat *analysis situs* (według monografii Lefschetza). Wciąż jednak miałem poczucie, że stoję zaledwie u bram olbrzymiej budowli topologii algebraicznej. Sytuacja miała zmienić się diametralnie dopiero z chwilą ukazania się książek Seiferta i Threlfalla w 1934 roku oraz Aleksandrowa i Hopfa w 1935.

Wiosną 1932 roku Blaschke odwiedził Pekin i wygłosił cykl wykładów o „topologicznych zagadnieniach geometrii różniczkowej". Dotyczyły one właściwie lokalnej geometrii różniczkowej, gdzie zamiast grupy Liego (jak w przypadku klasycznej geometrii różniczkowej) bierze się pseudogrupę wszystkich dyfeomorfizmów i bada lokalne niezmienniki. Byłem w stanie śledzić jego wykłady i czytać prace opublikowane pod tym samym ogólnym tytułem w *Hamburger Abhandlungen* i innych czasopismach. Dziedzinę tę nazywa się obecnie geometrią sieci. Zachęcony tym spotkaniem, a także moją wcześniejszą lekturą książek Blaschkego o geometrii różniczkowej, po uzyskaniu w 1934 roku stypendium zdecydowałem się wyjechać na dalsze studia do Hamburga.

2. Życie studenckie w Europie. W 1936 roku, po dwóch latach spędzonych w Hamburgu, uzyskałem stopień doktora. Na kolejny rok wyjechałem do Paryża, do Eliego Cartana. Wybór Hamburga okazał się szczęśliwy. Tamtejszy wydział mógł się pochwalić mocną obsadą, z profesorami Blaschkem, Artinem i Heckem, a także takimi młodszymi pracownikami jak E. Kähler, H. Peterson i H. Zassenhaus.

Zainteresowania matematyczne Blaschkego przesuwały się z geometrii sieci do geometrii całkowej. Kiedy spotkałem się z nim pierwszy raz we wrześniu 1934 roku, dał mi plik odbitek prac z geometrii sieci. Zainteresowałem się pojęciem rzędu sieci i sieciami o maksymalnym rzędzie. Przypomnijmy, że d-sieć w R^n kowymiaru 1 składa się z d foliacji hiperpowierzchniami w położeniu ogólnym. Jeśli $x_1, \ldots, x_n$ oznaczają współrzędne w R^n, a foliacje zadane są równaniami

$$u_i(x_1, \ldots, x_n) = \text{const}, \quad 1 \leq i \leq d,$$

to równanie postaci

$$\sum_{1 \leq i \leq d} f_i(u_i) = 0$$

nazywa się równaniem abelowym. Rząd sieci to maksymalna liczba liniowo niezależnych równań abelowych. Jeśli d-sieć jest określona przez hiperpłaszczyzny pewnej krzywej algebraicznej klasy d w R^n, to odpowiednie równania abelowe otrzymuje się przez zastosowanie twierdzenia Abela do różniczek abelowych. Stąd rząd takiej sieci jest równy co najmniej genusowi krzywej. W krótkiej notatce określiłem $\pi(d, n)$, maksymalny rząd d-sieci kowymiaru 1 w R^n, gdzie $n \leq d - 1$. Zgodnie z twierdzeniem Castelnuova, liczba ta jest równa maksymalnemu genusowi krzywej algebraicznej stopnia d w przestrzeni rzutowej P^n, nie leżącej w żadnej hiperpłaszczyźnie P^{n-1}. Na uwagę zasługuje fakt, że nie wszystkie sieci maksymalnego rzędu są zadane przez krzywe maksymalnego genusu: istnieją egzotyczne sieci maksymalnego rzędu, w których nie wszystkie liście są hiperpłaszczyznami. Równania abelowe są właściwie równaniami funkcyjnymi, jako że w klasycznych wypadkach okazują się tożsamościami o sumach dobrze znanych funkcji przestępnych. Na płaszczyźnie ($n = 2$) 5-sieć krzywych ma rząd co najwyżej 6 i istnieje egzotyczna sieć (sieć Bola), w której równaniach abelowych występuje dilogarytm. Griffiths i ja podjęliśmy w 1978 r. próbę sklasyfikowania d-sieci kowymiaru 1 w R^n mających maksymalny rząd $\pi(d, n)$, ale nie osiągnęliśmy celu. Myślę, że pytanie, które z tych sieci są egzotyczne, stanowi ważny i ciekawy problem.

W latach 1934–1935 najwięcej starań poświęcałem seminarium Kählera. Opierało się ono na jego słynnej książeczce *Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen*, która ukazała się niewiele wcześniej. Główny rezultat stał się później znany jako twierdzenie Cartana–Kählera. Na pierwsze spotkanie przyszli wszyscy, włącznie z Blaschkem, Artinem i Heckem, i każdy dostał kopię książki. Frekwencja szybko spadła; dotrwałem do końca jako jeden z nielicznych. Znalazłem zastosowanie tej teorii do 3-sieci r-wymiarowych podrozmaitości w R^{2r}. Zarówno Blaschke, jak i Kähler uznali, że w połączeniu z moim poprzednim wynikiem o maksymalnym rzędzie mam dosyć materiału na pracę doktorską. W ten sposób miałem gotową rozprawę przed końcem 1935 roku.

Blaschke i jego uczniowie zajmowali się głównie geometrią całkową, którą Blaschke wykładał. Najładniejsze wyniki osiągnął L.A. Santalò. Jeden z nich polegał na wyrażeniu defektu izoperymetrycznego krzywej płaskiej jako nieskończonej sumy dodatnich składników, z których każdy miał sens geometryczny. Santalò został później światowym liderem geometrii całkowej. Pochodził z Hiszpanii, ale wyemigrował do Argentyny.

Wśród studentów na seminarium był też geometra algebraiczny Wei-Liang Chow. Przyjechał z Chicago do Getyngi, aby pracować z Hermannem Weylem. Gdy to okazało się niemożliwe z przyczyn politycznych, zdecydował się na współpracę z van der Waerdenem w Lipsku. Z jakiegoś powodu mieszkał jednak w Hamburgu i od czasu do czasu brał udział w seminariach. Rozwijał wtedy swoją teorię „zugeordnete Forms”, które później miały być znane jako współrzędne Chow. Był bardzo oryginalnym matematykiem. Znaczący wkład w rozwój geometrii algebraicznej przyniosło szczególnie jego twierdzenie o zwartych podrozmaitościach oraz teoria przecięć. Chow pochodził z wysokiego rodu chińskich mandarynów, którzy wcześnie zdali sobie sprawę z potrzeby westernizacji. Dzięki temu rodzina owa wydała wiele wybitnych postaci. Chow miał zwyczaj pracować w nocy. Kiedy mnie odwiedził, nie mogłem się wyspać, ale za to nauczyłem się trochę matematyki.

Chodziłem na wykłady Artina, kiedy tylko mogłem. W ciągu dwóch lat znalazły się wśród nich: teoria funkcji zespolonych, topologia algebraiczna, teoria względności i aproksymacje diofantyczne. Wziąłem też udział w kursie algebraicznej teorii liczb, prowadzonym przez Heckego, w większości według jego własnej książki. Życie naukowe w Hamburgu toczyło się idealnie, dopóki nie zostało przerwane przez wydarzenia polityczne.

Zasięgnąłem opinii Blaschkego, co powinienem robić w pierwszym roku po doktoracie (1936–37). Doradził mi albo zostać w Hamburgu i podjąć współpracę z Artinem w dziedzinie teorii liczb, albo pojechać do Paryża, aby pracować z Eliem Cartanem. Obie możliwości wydawały mi się atrakcyjne, ale ostatecznie wygrał Paryż i Cartan.

Trafiłem tam w idealnym momencie. W tym właśnie roku Cartan wygłosił wykład o zewnętrznych układach różniczkowych, notatki z którego ukazały się następnie jako książka. „Młodzi” francuscy matematycy, znani później jako Bourbaki, zaczynali aktywną działalność. Zorganizowali *Séminaire Julia*, które spotykało się co dwa tygodnie i co roku poświęcone było specjalnie wybranemu tematowi. Temat na rok 1936–37 brzmiał *Les travaux de M. Elie Cartan*.

Cartan był wspaniałym nauczycielem. Sugerował „drobne” problemy, które niekiedy stawały się tematami moich prac. Prawdopodobnie dzięki moim odpowiedziom na jego pytania, pozwolił mi odwiedzać się w domu mniej więcej raz na dwa tygodnie. Nazajutrz po takiej wizycie zazwyczaj dostawałem od niego list takiej treści: „Po Pańskim wyjściu myślałem jeszcze o Pańskich pytaniach... Interesujące byłoby...” Był to fascynujący, niezapomniany rok.

Chodziłem też na wykłady Montela z analizy wielu zmiennych zespolonych oraz na seminarium Hadamarda w Collége de France. Hadamard zwykł kończyć seminarium streszczeniem, często bardziej zrozumiałym i pouczającym niż sam referat.

10 lipca 1937 roku, dowiedziawszy się o wybuchu wojny chińsko-japońskiej, z ciężkim sercem opuściłem Paryż, aby powrócić do Chin.

3. Matematyczna izolacja. Wyjeżdżając z Europy do Chin latem 1937 roku, zamierzałem podjąć pracę jako profesor matematyki na Uniwersytecie Tsing Hua w Pekinie. Z powodu wojny chińsko-japońskiej, ten cel udało mi się osiągnąć dopiero dziesięć lat później. Uniwersytet został przeniesiony do Changsha, a potem w 1938 roku do Kunming, gdzie mieścił się aż do końca wojny w 1945 roku.

Kunming to przepiękne miasto. Nie licząc braków i niepewności spowodowanych wojną, życie toczyło się przyjemnie. Uniwersytet Tsing Hua połączył się z Uniwersytetem Pekińskim i Uniwersytetem Nankai, tworząc Zjednoczony Uniwersytet Południowozachodni, i Kunming stało się centrum intelektualnym Chin czasu wojny. Wśród moich kolegów-matematyków znaleźli się Loo-keng Hua i Pao-lu Hsu. Wygłaszałem wykłady i referaty na seminariach z topologii algebraicznej, grup Liego, geometrii sfer, zewnętrznych układów różniczkowych itp., i udało mi się przyciągnąć sporą liczbę studentów. Duży kłopot stanowiło odcięcie od świata: w pewnym okresie nawet Droga Birmańska została zamknięta i połączeni ze światem byliśmy jedynie drogą powietrzną. Miałem niewielką osobistą biblioteczkę. Na początku sprawiało mi nawet przyjemność czytanie i rozmyślanie o rzeczach, którymi zawsze chciałem się zająć, ale nie miałem czasu. Wkrótce jednak zacząłem odczuwać frustrację. Aby temu zaradzić, opisałem całą sytuację w liście do Eliego Cartana, a on przysłał mi odbitki wielu swoich prac, w tym niektórych starych. Spędziłem nad nimi wiele czasu, zastanawiając się nad możliwymi wnioskami i zastosowaniami. Przyniosło mi to wiele korzyści. W latach trzydziestych tacy ludzie jak Weyl, Blaschke i Kähler zaczęli sobie zdawać sprawę z doniosłości prac Cartana, ale bardzo niewielu czytało jego stare artykuły (z wyjątkiem tych o algebrach Liego). Miałem szczęście, że zostałem do tego niejako zmuszony.

Ambasador Chin w Waszyngtonie, dr Hu Shih, przysłał mi pocztą lotniczą kopię książki Hurewicza i Wallmanna *Teoria wymiaru*. Dziś, w epoce kserokopiarek, trudno to może sobie wyobrazić, ale przepisałem ręcznie całą tę książkę, oprócz ostatniego rozdziału, w którym ciągi dokładne omówione są dosyć niedokładnie, więc miałem trudności ze zrozumieniem. W owych czasach prowadzenie notatek z lektury było powszechne. Kiedy porównuję to z dzisiejszym zalewem kserokopii, nie wydaje mi się, byśmy poczynili postępy.

Miałem wreszcie własnych studentów, wśród których znaleźli się Hsieng-Chung Wang i Chih-ta Yen. Wang uzyskał później liczne wyniki w dziedzinie topologii, jednak kojarzony jest przede wszystkim z ciągiem Wanga. Yen jako pierwszy podał poprawne wartości liczb Bettiego wszystkich wyjątkowych grup Liego.

Patrząc z perspektywy lat, nie sądzę, abym miał wówczas właściwy obraz matematyki jako całości. Byłem świadom luk w mojej wiedzy i starałem się je wypełnić. Moją mocną stroną była sprawność rachunkowa. Nawet dziś nie uchylam się od długich obliczeń, a przed laty wykonywałem je z bardzo nielicznymi błędami. Umiejętność ta jest teraz stosunkowo mało popularna i nie kładzie się na nią nacisku. Wciąż jednak okazuje się bardzo pomocna przy wielu zagadnieniach.

Byłem w tym czasie zafascynowany wzorem Gaussa-Bonneta i wiedziałem, że najbardziej pomysłowy dowód opiera się na równaniu strukturalnym wyrażającym pochodną zewnętrzną formy koneksji. Gdy w 1943 roku pojechałem do Princeton, fundamenty pod najbardziej satysfakcjonujące z moich matematycznych dzieł były już położone.

4. Słoneczne Princeton. Przyjechałem do Princeton w sierpniu 1943 roku. Zmiana atmosfery wywarła na mnie ogromne wrażenie. Większość ludzi opuściła Instytut Studiów Zaawansowanych, aby podjąć pracę związaną z wojną. Hermann Weyl zainteresował się moją działalnością. Jeszcze przed moim przyjazdem recenzował mój artykuł o powierzchniach izotropowych dla *Annals of Mathematics*, co sam mi potem wyjawił. Recenzja, długa i pozytywna, zawierała sugestie poprawek i dowodziła szczegółowego przestudiowania tekstu. Wiele rozmawialiśmy. Weyl m.in. przewidywał wielką przyszłość geometrii algebraicznej.

W pobliskim Lehigh University pracował André Weil. Wkrótce się spotkaliśmy i mieliśmy mnóstwo do obgadania. Weil opublikował świeżo wspólną pracę z Allendoerferem dotyczącą wzoru Gaussa-Bonneta i ten temat przewijał się w naszych dyskusjach. Z tego, co zrozumiałem w przypadku dwuwymiarowym, wynikało, że właściwy dowód powinien opierać się na pojęciu znanym dziś jako transgresja. Napotkaliśmy dwie trudności: 1) nie znałem dość dokładnie twierdzenia Poincarégo-Hopfa o osobliwościach pól wektorowych; 2) transgresja musiała być przeprowadzona w jednostkowej wiązce stycznej, a nie w wiązce głównej, co nastręczało nietrywialnych trudności technicznych. Trudności te udało się w krótkim czasie pokonać. To, co powstało jako szczęśliwe zakończenie tej historii, uważam za najlepszą rzecz, jaką kiedykolwiek stworzyłem.

Wynik ten w naturalny sposób rozszerza się na klasy Stiefela-Whitneya. Rzecz działa się w czasach, kiedy nawet w Princeton referat o wiązkach musiał zaczynać się od definicji; nie mówiło się jeszcze o wiązkach wektorowych, tylko o wiązkach sfer. Zauważyłem, że zespolone klasy charakterystyczne są prostsze i dopuszczają lokalną reprezentację krzywizny. Nie była to trudna praca, ale szła na przekór modzie panującej wówczas w topologii.

Mimo, iż byłem członkiem Instytutu, spędzałem wiele czasu w Fine Hall na Uniwersytecie. Chevalley pisał książkę o grupach Liego. Lefschetz był uparty i nie znosił rutynowej pracy, jaka wówczas przeważała w geometrii różniczkowej. Kiedy poprosił mnie o zrecenzowanie pracy dla *Annals*, a ja zaleciłem odrzucenie, zaproponował mi posadę członka redakcji.

Otoczenie i tempo życia bardzo mi odpowiadały. Osiągnąłem większą dojrzałość w poglądach na matematykę i cieszyłem się pobytem w Princeton. Poziom, jaki w ostatnich latach osiągnęła rywalizacja naukowa, doskwiera wielu uczonym, ale sytuacja w matematyce jest stosunkowo dobra. Nie widzę potrzeby szybkiego postępu i wcale nie jestem zachwycony wynalazkiem poczty elektronicznej.

Opuściłem Princeton z końcem 1945 roku, aby powrócić do Chin. Bezpośrednio po powrocie otrzymałem zadanie zorganizowania Instytutu Matematyki w *Academia Sinica*, Chińskiej Narodowej Akademii. Mimo, iż skończyła się już II Wojna Światowa, Chiny pozostawały rozdarte wojną domową. Zaprosiłem do Chin Hermanna Weyla. Zgodził się, ale wizyta nie doszła do skutku z powodu panujących warunków.

Pod koniec 1948 roku rząd w Nankinie upadał. Byłem wdzięczny Instytutowi Studiów Zaawansowanych za podjęcie inicjatywy mojego wyjazdu z Chin. Spędziłem w Instytucie zimowy semestr 1949 roku. Byłem wtedy głównym mówcą na seminarium Veblena z geometrii różniczkowej. Dwa lata później notatki z tego seminarium zostały spisane i szeroko rozpowszechnione; są one opublikowane w czwartym tomie moich *Dzieł wybranych*. Główny wynik to homomorfizm Weila. Jest to uogólnienie klas Cherna z grupy unitarnej na dowolną grupę Liego. Znałem ten fakt, pisząc pracę o zespolonych klasach charakterystycznych w 1944 roku, ale nie potrafiłem go udowodnić, bo nie wiedziałem wystarczająco dużo o grupach Liego. Weil dostarczył kluczową ideę dowodu, polegającą na rozważaniu rodziny koneksji. Nazwałem więc rezultat homomorfizmem Weila. Moi przyjaciele uznali, że część zasługi powinna być przypisana mnie, przeciwko czemu oczywiście nie protestuję.

5. Przystanek Chicago. Po II Wojnie Światowej Marshall Stone podjął misję zreorganizowania Instytutu Matematyki Uniwersytetu Chicagowskiego i został jego dyrektorem. Wnikliwości Stone'a w patrzeniu na matematykę i świat matematyczny dowodzi fakt, że pierwsze dwie oferty pracy złożył Hasslerowi Whitneyowi i André Weilowi. Whitney odmówił, ale Weil – po negocjacjach – przyjął ofertę.

Gdy byłem jeszcze w Chinach, Stone korespondował ze mną w sprawie tymczasowego zatrudnienia w Chicago. Po przyjeździe w 1949 Instytut postanowił zaproponować mi stałą posadę. Myślę, że Uniwersytet Chicagowski jest jedynym amerykańskim uniwersytetem, którego głównym celem jest poszerzanie wiedzy, a nie edukacja. Miałem wielu przyjaciół w tamtejszym Instytucie i sam zatrudniłem się w nim latem 1949 roku. Współpraca okazała się bardzo przyjemna i przyniosła wiele korzyści.

W roku 1949–50 wykładałem globalną geometrię różniczkową i miałem miriady świetnych studentów. Sam dopiero szukałem właściwego podejścia, ale słuchacze pilnie poprawiali moje liczne omyłki. Były to niezwykle interesujące i ożywione spotkania. Wspominam szczególnie Arnolda Shapiro, który odgrywał wiodącą rolę w niejednej z naszych dyskusji. Z dzisiejszej perspektywy widzę, że znałem wtedy zaledwie podstawy geometrii różniczkowej. Być może w tym właśnie leży piękno tej dziedziny, że niektóre sprawy po dziś dzień pozostają płynne. Na przykład: co to jest powierzchnia? Czy powinna być zanurzona, immersjonowana, czy może zadana równaniami z możliwymi osobliwościami? Z drugiej strony, wiele zagadnień poruszanych na wykładzie zostało potem szeroko rozwiniętych.

Współpracowałem blisko z Weilem. Był zawsze dostępny i gotowy do rozmowy. Spośród matematyków, z którymi dyskutowałem o matematyce (a było ich wielu), Weil jako jeden z nielicznych chwytał w lot moje pomysły, a jego komentarze były pomocne. Chodziliśmy na długie spacery wzdłuż brzegu Jeziora Michigan, dopóki było tam bezpiecznie.

Interesowałem się także topologią algebraiczną i czasami wykładałem ją studentom. Wspólnie z Edem Spanierem zajmowałem się wiązkami sfer. Jeden z efektów naszej pracy polegał na sformułowaniu wyników Gysina w postaci ciągu dokładnego. René Thom zrobił to samo bardziej elegancko i rezultat jest powszechnie znany jako izomorfizm Thoma.

Bardzo lubiłem Chicago, podobnie jak Hamburg. Te miejsca mają właściwą skalę. Niestety, rozwój matematyki powoduje, że wszystko robi się coraz większe.

6. Na Zachodnim Wybrzeżu. W 1960 roku przeprowadziłem się do Berkeley. Miejsce to nie było mi kompletnie obce; mój nauczyciel w Chinach, profesor L.F. Chiang, otrzymał stopień bakałarza właśnie w Berkeley. Dwukrotnie, w 1946 i w 1949, odwiedzałem tamtejszy Instytut Matematyki. G. C. Evans uczynił go pierwszorzędnym ośrodkiem. Przy wielu okazjach pytał, czy nie byłbym zainteresowany dołączeniem do grona pracowników. Brat Evansa był właścicielem slynnej zachodniej księgarni w Tianjin, w której kupiłem kilka książek, choć na ogół odstraszały mnie ceny.

Ironią losu, oferta pracy w Berkeley nabrała realnych kształtów akurat wtedy, kiedy Evans przechodził na emeryturę. Spekulacje, że starzejąc się szukałem łagodniejszego klimatu, były zgodne z prawdą. Ale inne czynniki, takie jak powiększające się grono matematyków pracujących w Berkeley oraz samoloty odrzutowe, dzięki którym Kalifornia stała się mniej odcięta od świata, także miały wpływ na decyzję o przeprowadzce.

Berkeley miało coraz lepszą opinię w świecie matematycznym i przyciągało doskonałych studentów. Miałem 31 doktorantów, ale mój wpływ obejmował także innych. Zacząłem pisać wspólne prace, w których to ja byłem „młodszym autorem”, m.in. z Bottem, Griffithsem, Moserem, Simonsem itd. W takich wypadkach nie odczuwałem ciężaru odpowiedzialności. Życie stawało się coraz przyjemniejsze.

Wśród kolegów najbliższych mi naukowo znaleźli się Hans Lewy i Chuck Morrey, mocni i oryginalnie myślący analitycy. Lewy i ja spędziliśmy trochę czasu nad problemem lokalnie izometrycznych zanurzeń trójwymiarowej metryki riemannowskiej w R^6. Dotarliśmy do kubicznego stożka stycznego; wiedzieliśmy, że jest hiperboliczny, ale na tym stanęliśmy.

Rola różniczkowania w matematyce jest tajemnicza. Wydawałoby się, że dwoma filarami matematyki są algebra i topologia, ale życie nie jest takie proste. Newton i Leibniz wycięli nam numer. Na naszych oczach geometria różniczkowa została włączona w główny nurt matematyki.

7. Igraszki osiemdziesięciolatka. Moja kariera dobiega końca, pozostaje mi jedno pytanie: co robić dalej. Odpowiedź jest prosta. Będę się nadal bawił matematyką. Nigdy nie byłem szczególnie sprawny fizycznie, a teraz zajęcia sportowe w ogóle nie wchodzą w grę. Muzyka wydaje mi się stratą czasu, angażuję się w nią jedynie ze względów towarzyskich. Na szczęście w globalnej geometrii różniczkowej wciąż wiele podstawowych problemów pozostaje otwartych, choć ja najprawdopodobniej będę tylko obserwatorem jej dalszego rozwoju.

Myślę, że ograniczanie się do gładkich rozmaitości wynika wyłącznie z przyczyn technicznych i jest błędem. Niegładkie rozmaitości pojawiają się w zupełnie naturalny sposób. Geometryczne konstrukcje, takie jak ewoluta, zastosowane do gładkiej rozmaitości, mogą dawać niegładkie rezultaty. Whitney wprowadził pojęcie rozmaitości stratyfikowanej, w której mogą występować osobliwości, a mimo to daje się stosować metody rachunku różniczkowego. Pojęcie to wydaje mi się szczególnie godne uwagi w świetle ostatnich prac Roberta McPhersona. Przemawiają za nim zwłaszcza homologie przecięciowe Cheegera-Goresky'ego-McPhersona i wersja McPhersona klas Cherna.

Nie jest dla mnie jasne, czy struktura riemannowska ma faktycznie tak postawowe znaczenie, jak to się jej obecnie przypisuje. Ostatecznie, w swoim historycznym artykule Riemann dopuszczał metrykę będącą czwartym pierwiastkiem z formy kwartycznej, jaką obecnie w ogólnym przypadku nazywa się finslerowską. Niedawno wykazałem [4], że geometria Finslera może być uprawiana w prosty sposób, jeśli spojrzy się na nią z właściwego punktu widzenia. Dalszy rozwój jest nieunikniony.

Jak zaobserwował kiedyś Griffiths, doświadczenie nauczyło mnie wykonywać algebraiczne manipulacje z przyjemnością. Przydaje się to w lokalnej geometrii różniczkowej. Jednak trudno jest znaleźć dobre lokalne twierdzenie. Problem sieci maksymalnego rzędu, o którym pisałem wyżej, jest ważny i z pewnością jeszcze się nim zajmę.

Moja edukacja matematyczna trwa.

Literatura

[1] P. Griffiths i J. Harris, *Principles of Algebraic Geometry*, John Wiley, 1978.
[2] R. McPherson, *Global questions in the topology of singular spaces*, Proc. ICM Warszawa, t. 1, 1983, s. 213–235.
[3] J. Moser, *Geometry of quadrics and spectral theory, Chern Symposium*, Springer-Verlag, 1979, s. 147–188.
[4] S. Chern, *On Finsler geometry*, Comptes Rendus, Académie des Sciences, Paris, t. 314, 1992, s. 757–761.