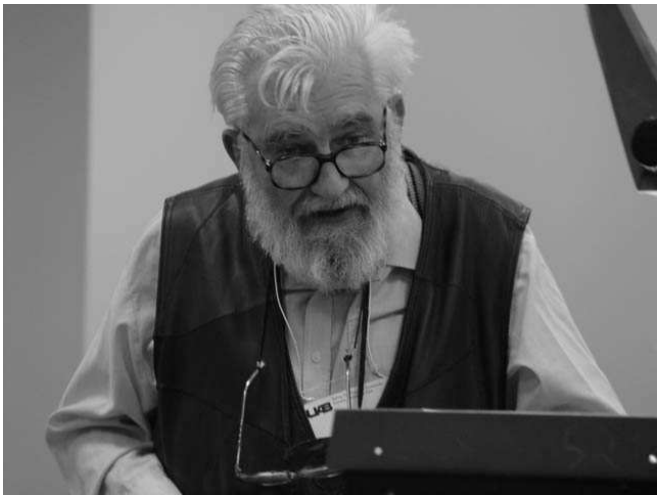
ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XLI (2005)

Paweł Krupski (Wrocław)

Janusz Jerzy Charatonik
1934–2004



Janusz Jerzy Charatonik urodził się 24 maja 1934 r. w Przemyślu. Jego ojciec Włodzimierz i matka Maria (z domu Wojdyłło) byli urzędnikami pocztowymi. Po wojnie rodzina Charatoników przeniosła się na Dolny Śląsk – najpierw do Świdnicy, gdzie Janusz ukończył szkołę podstawową, a w 1948 r. do Wrocławia. Tutaj uczęszczał do V Liceum Ogólnokształcącego, w którym zdał maturę w roku 1951. Jak wspominał, matematyką zainteresował się w wieku około 12 lat, zachęcany przez ojca. Uczestniczył w pierwszych dwóch Olimpiadach Matematycznych; w drugiej, w roku 1951, został wyróżniony. W latach 1951–55 studiował matematykę na Uniwersytecie Wrocławskim. Pracę magisterską *O szacowaniach modułów niektórych współczynników rozwinięcia na szeregi potęgowe funkcji analitycznych, średniojednokrotnych, z biegunem* napisał pod kierunkiem W. Wolibnera. Po studiach otrzymał roczny nakaz pracy jako nauczyciel w Technikum Finansowym w Opolu.

W 1956 r. wrócił do Wrocławia, wiążąc się z Instytutem Matematycznym Uniwersytetu na lat czterdzieści. Został asystentem, najpierw w Katedrze Analizy Matematycznej prof. S. Hartmana, a po roku w Katedrze Geometrii kierowanej przez prof. B. Knastera i rozpoczął badania w dziedzinie topologii. Doktorat *O dendroidach*, którego promotorem był Knaster, obronił w 1965 r. W 1970 r. habilitował się na podstawie rozprawy *Badania z teorii krzywych acyklicznych*. W 1978 r. uzyskał tytuł profesora nadzwyczajnego, a 10 lat później – profesora zwyczajnego. Wraz ze zdobywanymi stopniami i tytułami naukowymi awansował kolejno na stanowiska adiunkta, docenta i profesorskie oraz przyjmował funkcje kierownicze w Instytucie i na Wydziale. W 1969 r. został kierownikiem Zakładu Topologii Instytutu, pozostając nim do 1997 r. W latach 1973–75 był prodziekanem Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii, a w okresie 1978–1981 – zastępcą dyrektora Instytutu. Poza Uniwersytetem Wrocławskim pracował w Instytucie Kształcenia Nauczycieli i Badań Oświatowych (1975–1981), a potem w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Opolu (1981–1992).

J. J. Charatonik aktywnie działał w dwóch towarzystwach naukowych: Polskim Towarzystwie Matematycznym (PTM) i Wrocławskim Towarzystwie Naukowym (od 1970 r.). Do PTM wstąpił w 1961 r., w kadencji 1963–65 był sekretarzem Oddziału Wrocławskiego, w 1975 r. – członkiem jego zarządu; pracował w komisji historii i szkolnictwa wyższego. Należał również do Amerykańskiego Towarzystwa Matematycznego, Meksykańskiego Towarzystwa Matematycznego i Nowojorskiej Akademii Nauk. Był także członkiem innych jeszcze gremiów, komisji i komitetów, m.in. komitetu terminologii PAN.

Janusz J. Charatonik lubił podróże naukowe. Liczba krajowych, a przede wszystkim zagranicznych wyjazdów konferencyjnych przekracza setkę. Pierwszym ważnym stażem naukowym był pobyt w USA w charakterze „visiting professor" w roku akademickim 1967/68 na dwóch uczelniach: University of Kentucky, Lexington, i University of Notre Dame, Indiana. W czasie tego wyjazdu nawiązał kontakty naukowe z topologami w Stanach Zjednoczonych. Do dłuższych wyjazdów zagranicznych zaliczyć trzeba kilkumiesięczne pobyty na Sycylii na uniwersytetach w Katanii (1986 i 1991) i Messynie (1988 i 1991), których efektem było kilkanaście wspólnych prac z tamtejszymi matematykami.

Na początku lat dziewięćdziesiątych grupa topologów meksykańskich (A. Illanes, S. Macías, I. Puga) z Instytutu Matematyki Autonomicznego

Uniwersytetu Narodowego w Meksyku (UNAM) nawiązała bliższą współpracę z profesorem Charatonikiem. Na ich zaproszenie J. J. Charatonik wyjechał z żoną i synem Włodzimierzem w 1995 r. do stolicy Meksyku. Pozostał tam do końca życia, znajdując sprzyjający klimat do pracy. Meksykańscy topolodzy bardzo sobie cenili jego wiedzę i otwartość. Wolny od obowiązków organizacyjnych i nadmiernej dydaktyki, intensywnie pracował naukowo, publikując ponad 150 prac. Prowadził seminarium z teorii continuów i wykłady monograficzne, miał magistrantów i doktorantkę. Był często zapraszany na wykłady i odczyty konferencyjne do różnych ośrodków matematycznych w Meksyku i Stanach Zjednoczonych, współorganizował konferencje międzynarodowe – ostatnią, dużą sesję na zjeździe AMS w Teksasie dwa miesiące przed śmiercią.

Profesor Charatonik był laureatem kilku liczących się nagród za osiągnięcia naukowe, w tym nagrody PTM im. W. Sierpińskiego (1972 r.) i trzykrotnie nagród ministra edukacji.

Janusz J. Charatonik był niezwykle pracowity. Badania naukowe potrafił wspaniale łaczyć z dydaktyką, znajdując zawsze czas dla swych uczniów i proponując im mnóstwo intrygujących problemów. Pod jego kierunkiem we Wrocławiu i Opolu powstała „nieprzeliczalna” liczba prac magisterskich (> 200), a wśród nich było sporo znaczących. Ich autorzy często podejmowali z sukcesem dalszą pracę naukową na uczelniach, niekoniecznie jako topolodzy. W latach 1973–1990 prof. Charatonik wypromował 10 doktorów, a w 2002 r. w Meksyku ostatnią doktorantkę. Był rzeczywistym, choć nieformalnym opiekunem dwóch innych doktoratów obronionych w Atenach i w Korei Płn.

J. J. Charatonik był żonaty od 1956 r. z Marianną Kalotą, nauczycielką matematyki. Ich dzieci Włodzimierz, Janusz, Witold, Aleksandra i Tomasz są wszyscy matematykami lub informatykami, absolwentami Uniwersytetu Wrocławskiego. W ślady ojca w dziedzinie topologii podążył najstarszy Włodzimierz (obecnie profesor Uniwersytetu Missouri-Rolla w USA), współautor ponad 60 prac.

Od końca lat osiemdziesiątych XX wieku prof. Charatonik chorował na serce. Pomimo kilku zawałów był do końca życia bardzo aktywny. Widać to np. w zwiększających się przyrostach publikacji. W ostatnich latach poruszał się już jednak z coraz większym trudem. Zmarł na atak serca w swoim mieszkaniu w Meksyku 11 lipca 2004 r., kilka dni przed planowaną podróżą do Polski. Jego prochy spoczęły na Cmentarzu Grabiszyńskim we Wrocławiu.

Twórczość naukowa

Załączona lista prac Janusza Jerzego Charatonika jest imponująca i w tym momencie jeszcze niekompletna. Omówione zostaną tylko niektóre jego osiągnięcia.

Zainteresowania naukowe JJC[1] ukształtowały się na legendarnym wrocławskim seminarium z topologii profesora Bronisława Knastera. Aby zrozumieć wielki wpływ wywierany przez B. Knastera na uczestników i atmosferę naukową seminarium, warto zajrzeć do kilku artykułów w Wiadomościach Matematycznych[2]. Nieocenione są też historyczne zeszyty protokołów seminarium prowadzone skrupulatnie przez cały okres jego trwania, przechowywane obecnie w Zakładzie Topologii Instytutu Matematycznego Uniwersytetu Wrocławskiego.

Wrocław 1987, Seminarium z topologii.
Od lewej: JJC, W. J. Charatonik, K.Omiljanowski, J. Nikiel, S. Miklos, P. Krupski

JJC pojawił się pierwszy raz na seminarium prof. Knastera 3 października 1956 r. i został jego stałym uczestnikiem, a po śmierci mistrza w 1980 r. przejął jego kierownictwo. Jednym z głównych zadań seminarium w tamtych latach było podjęcie systematycznych badań krzywych acyklicznych. *Krzywa* oznacza jednowymiarowe continuum metryczne, a jej acykliczność była przez Knastera rozumiana jako *dziedziczna jednosprzęgłość*, tzn. niezawieranie dwóch podcontinuów o niespójnym przekroju; bardziej obrazowo

[1] Posługiwanie się inicjałami JJC było przyjęte przez samego Janusza J. Charatonika i w bliskim mu środowisku matematyków.

[2] Por. artykuły W. Nitki, Wiadom. Mat. 19 (1975), oraz R. Dudy i J. Mioduszewskiego w Wiadom. Mat. 25 (1983).

można powiedzieć, że każde dwa punkty dają się połączyć tylko jedną krzywą *nieprzywiedlną* (tj. minimalną ze względu na ich zawieranie)[3]. Stosunkowo najprostsze, najlepiej poznane, ale już bogate topologicznie są krzywe acykliczne lokalnie spójne, a więc dendryty. Knaster trafnie zaproponował badanie ogólniejszych obiektów: krzywych, w których jedynymi nieprzywiedlnymi połączeniami między punktami są łuki, nazywając je *dendroidami*, a następnie λ-*dendroidów*, gdy takimi połączeniami są continua typu λ[4] (continuum nieprzywiedlne jest typu λ wtedy i tylko wtedy, gdy każde jego podcontinuum nierozkładalne[5] jest brzegowe). Ważność klasy dendroidów potwierdzała udowodniona przez K. Borsuka w 1954 r. własność punktu stałego dendroidów (wtedy te krzywe nie były jeszcze tak nazywane). Nietrudno pokazać, że dendryty są dendroidami, a dendroidy λ-dendroidami. W [7] pojawia się zgrabna charakteryzacja λ-dendroidów, jako continuów dziedzicznie rozkładalnych i dziedzicznie jednosprzęgłych. Później okazało się[6], że λ-dendroidy zawierają się w bardzo ważnej w topologii geometrycznej klasie krzywych o kształcie trywialnym, czyli continuów drzewiastych[7].

Cztery pojęcia. W cyklu prac [2]–[4], które złożyły się na doktorat JJC, pojawiła się po raz pierwszy nazwa *dendroid* oraz zdefiniowane są cztery nowe, i jak się wkrótce okazało, ważne dla teorii continuów pojęcia: stopień lokalnej niespójności, jednostajna łukowa spójność, gładkość i odwzorowanie konfluentne. Wszystkie cztery, rozpatrywane początkowo głównie dla dendroidów, zostały uogólnione na dowolne continua i, badane przez wielu innych topologów, weszły na stałe do teorii.

Stopień lokalnej niespójności jest liczbą porządkową równą 0 dla continuum X lokalnie spójnego, ∞ dla X, które nie jest lokalnie spójne w żadnym punkcie, a w pozostałych przypadkach, mówiąc intuicyjnie, jest maksymalną długością ściśle malejącego ciągu podcontinuów w X, tworzonych według rekurencyjnej recepty: weź zbiór punktów lokalnej niespójności poprzednika i „rozepnij” na nim kolejne podcontinuum (przyjmujemy, że ∞ jest większe od każdej przeliczalnej liczby porządkowej). Stopień ten nie powiększa się

---

[3] Obecnie przez *acykliczność* rozumie się brak odwzorowania istotnego (czyli niehomotopijnego ze stałym) na okrąg. Krzywe acykliczne są dziedzicznie jednosprzęgłe, a dla continuów *dziedzicznie rozkładalnych*, tj. takich, których każde niezdegenerowane podcontinuum jest sumą dwóch podcontinuów właściwych, oba pojęcia się pokrywają. Wiadomo też, że dziedziczna rozkładalność continuów implikuje jednowymiarowość.

[4] Terminologia wiąże się z teorią Kuratowskiego minimalnych rozkładów górnie półciągłych monotonicznych continuów nieprzywiedlnych na łuk.

[5] Continuum jest *nierozkładalne*, gdy nie jest sumą dwóch podcontinuów właściwych.

[6] H. Cook, 1970.

[7] Continuum jest *drzewiaste*, gdy jest granicą odwrotną drzew (=jednowymiarowych, spójnych, acyklicznych wielościanów) z ciągłymi odwzorowaniami łączącymi. Continua drzewiaste są acykliczne.

przy odwzorowaniach ciągłych i dzięki temu udało się skonstruować w [3] rodziny skończone (dowolnie liczne) dendroidów nieporównywalnych przez odwzorowania ciągłe[8], a później w [189] nieprzeliczalną rodzinę continuów homeomorficznych ze swoimi hiperprzestrzeniami podcontinuów.

Łukowo spójna przestrzeń X jest *jednostajnie łukowo spójna*, gdy dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje liczba naturalna k taka, że każdy łuk w X można podzielić na k podłuków o średnicach $< \epsilon$. Pojęcie to uogólnione zostało 10 lat później przez W. Kuperberga jako *jednostajna drogowa spójność*, a tego typu continua scharakteryzowane zostały jako obrazy ciągłe miotełki[9] Cantora, czyli stożka nad zbiorem Cantora. W zakresie continuów jednołukowo spójnych, w szczególności dendroidów, łukowa i drogowa jednostajna spójność znaczą to samo.

Dendroid (continuum) X jest *gładki* w $p \in X$, gdy jeśli $x_n \to x$, to łuki (continua) $px_n \to px$. Jednym z ważniejszych wyników w [9] jest dowód uniwersalności miotełki Cantora w klasie miotełek gładkich[10]. Dendroidy gładkie zostały wyróżnione jako stosunkowo najprostsze, chociaż i one dopuszczają wiele zaskakujących zjawisk. Walec funkcji schodkowej zbioru Cantora na odcinek pokazuje, że zbiór punktów rozgałęzienia[11] dendroidu może być odcinkiem. W [2] skonstruowany jest przykład dendroidu gładkiego homeomorficznego ze zbiorem swoich punktów rozgałęzienia, a w [54] dendroid gładki złożony tylko z punktów rozgałęzienia i końców.

Odwzorowanie *konfluentne* jest chyba najważniejszym pojęciem wprowadzonym do topologii przez JJC. Jest to odwzorowanie $f : X \to Y$ między przestrzeniami zwartymi, przekształcające każdą składową przeciwobrazu $f^{-1}(K)$ continuum $K \subset Y$ na całe K [4]. Zarówno odwzorowania otwarte jak i monotoniczne przestrzeni zwartych są konfluentne. W [4] JJC udowodnił, że odwzorowania te przekształcają dendroidy (λ-dendroidy) na dendroidy (λ-dendroidy), a w 1972 r. T. B. McLean pokazał, że zachowują klasę continuów drzewiastych. Badania własności odwzorowań konfluentnych oraz ich licznych odmian i uogólnień prowadziło i prowadzi wielu topologów polskich i amerykańskich. W dalszej części artykułu zobaczymy, że pełnią one istotną rolę w teorii continuów.

---

[8] Nie wiadomo dotąd, czy istnieją takie rodziny nieprzeliczalne.

[9] tj. dendroidu z co najwyżej jednym punktem rozgałęzienia.

[10] Przestrzeń X należąca do pewnej klasy przestrzeni jest w niej *uniwersalna*, gdy każda przestrzeń z tej klasy da się topologicznie zanurzyć w X; uniwersalne dendroidy gładkie zostały skonstruowane przez J. Grispolakisa i E. D. Tymchatyna w 1978 r., W. J. Charatonika w 1984 r. i L. Mohlera i J. Nikiela w 1986 r.

[11] $x \in X$ jest punktem *rozgałęzienia*, gdy wychodzą z niego co najmniej 3 łuki w X rozłączne poza x; x jest *końcem* w X, gdy jest końcem każdego łuku w X, zawierającego punkt x ; x jest punktem *zwyczajnym*, gdy nie jest końcem ani punktem rozgałęzienia.

Rozkłady monotoniczne i własność punktu stałego. Jednym z ważniejszych klasycznych rezultatów teorii continuów jest twierdzenie Kuratowskiego o istnieniu minimalnego monotonicznego rozkładu górnie półciągłego continuum nieprzywiedlnego między dwoma punktami, o przestrzeni rozkładu będącej odcinkiem. Innymi słowy, istnieje odwzorowanie ciągłe monotoniczne f takiego continuum X na odcinek I takie, że warstwy każdego ciągłego monotonicznego odwzorowania X na I są sumami warstw odwzorowania f. W pracach [7], [17] JJC pokazał istnienie tego typu rozkładów minimalnych dla λ-dendroidów, a później dla dowolnych continuów; przestrzenie rozkładów są dendroidami (dla dowolnych continuów są dziedzicznie łukowo spójne). Skonstruował λ-dendroidy złożone z jednej tylko warstwy [8].

Ponieważ było wiadomo, że dendroidy mają własność punktu stałego dla odwzorowań ciągłych, w kręgu seminarium Knastera pojawiło się pytanie, czy λ-dendroidy mają tę własność. JJC zastosował ich rozkłady minimalne do uzyskania pewnych twierdzeń o punktach stałych, m.in. dla λ-dendroidów niezawierających podcontinuów jednowarstwowych lub też dla odwzorowań monotonicznych, a także dla pewnych odwzorowań wielowartościowych. Komentując swoje wyniki, pisał: „*I chociaż ja sam nie uzyskałem w tej dziedzinie ostatecznych rozwiązań, podjęcie tej tematyki okazało się owocne i zostało uwieńczone powodzeniem, a mianowicie dowodem własności punktu stałego dla odwzorowań continuum-wartościowych λ-dendroidu w siebie, uzyskanym przez mgra Romana Mańkę*”.[12]

Prace [6], [7], [8], [10], [11] o rozkładach i punktach stałych złożyły się na habilitację JJC.

Badania spłaszczalności, ściągalności, selektywności, istnienia średnich. W 1959 r. B. Knaster postawił zagadnienie scharakteryzowania (przez warunki wewnętrzne, strukturalne) dendroidów spłaszczalnych. Zagadnieniom spłaszczalności continuów, w szczególności dendroidów, poświęcone są liczne prace JJC. Problem jest trudny i wciąż otwarty. Warto wymienić następujące wyniki: nie istnieje przeliczalna rodzina dendroidów świadczących o niespłaszczalności dendroidów gładkich [25] (wiadomo, że istnieją cztery krzywe takie, że krzywa lokalnie spójna jest niespłaszczalna wtedy i tylko wtedy, gdy zawiera kopię jednej z nich[13]); dendroidy spłaszczalne muszą mieć punkty zwyczajne [88].

[12] R. Mańka opublikował swoje twierdzenie w roku 1974 w Fund. Math. Był to jego doktorat, rozpoczęty pod kierunkiem JJC (promotorem był ostatecznie B. Knaster). Twierdzenie o własności punktu stałego dla λ-dendroidów jest powszechnie uważane za jedno z największych dokonań na seminarium Knastera.

[13] Dwa grafy i dwie krzywe Kuratowskiego; twierdzenie Claytora, 1937.

Ściągalność przestrzeni oznacza istnienie na niej homotopii łączącej odwzorowanie tożsamościowe ze stałym. W tym kontekście dendroidy pojawiają się w sposób naturalny – nietrudno bowiem zauważyć, że krzywe ściągalne muszą być dendroidami. Pozostaje jednak nierozwiązany, niełatwy problem charakteryzacji wewnętrznej dendroidów ściągalnych. JJC odkrył pewne przeszkody ściągalności. Są nimi, między innymi, niejednostajna łukowa spójność [14] i zawieranie pewnego specjalnie aproksymowanego w dendroidzie łuku, nazwanego R-łukiem [29]. Przydatne okazało się również pojęcie gładkości, które implikuje ściągalność, a nawet dziedziczną ściągalność dendroidów (tzn. ściągalność każdego podcontinuum) [29].

Zagadnienia ściągalności dendroidów były intensywnie badane przez uczniów Charatonika i wielu topologów w USA. Powstały liczne modyfikacje i interesujące nowe pojęcia rozszerzające listę przeszkód, bądź implikujące ściągalność (zob. artykuły przeglądowe [97], [115]).[14]

Innym zagadnieniem dotyczącym dendroidów jest istnienie ciągłej *selekcji*, czyli odwzorowania $s : C(X) \to X$ określonego na hiperprzestrzeni podcontinuów continuum X (z metryką Hausdorffa) i wybierającego punkt $s(A) \in A$ dla każdego $A \in C(X)$. Continuum X nazywamy *selektywnym*, gdy istnieje taka selekcja. Otóż, jak zauważyli S. B. Nadler, Jr. i L. E. Ward, Jr. w 1970 r., każde continuum selektywne jest dendroidem. Można też rozważać selekcję na hiperprzestrzeni 2^X wszystkich niepustych podzbiorów domkniętych w X, ale wtedy X musi być łukiem[15]. Ponieważ $C(X)$ jest obrazem ciągłym miotełki Cantora, więc łatwo zauważyć, że selektywny dendroid X jest jednostajnie łukowo spójny.

Które dendroidy są selektywne? Jakie są związki między selektywnością a ściągalnością? Te niebanalne i nierozstrzygnięte ostatecznie pytania JJC stawiał wielokrotnie, inspirując prace swoich uczniów.

Jeśli utożsamimy X z podprzestrzenią $F_1(X) \subset 2^X$ singletonów, to selekcję s można potraktować jako specjalną retrakcję $C(X)$ lub 2^X na X. Prowadzi to z kolei do badań continuów, które są retraktami swoich hiperprzestrzeni. I znowu w naturalny sposób pojawiają się dendroidy: jeśli X jest krzywą, która jest retraktem $C(X)$ lub 2^X, to X jest dendroidem jednostajnie łukowo spójnym[16]. Rozpatruje się też retrakcje pewnych podprzestrzeni 2^X. I tak np. jeśli istnieje retrakcja $\mu : F_2(X) \to F_1(X) = X$, gdzie $F_2(X) \subset 2^X$ oznacza podprzestrzeń podzbiorów co najwyżej 2-punktowych, to μ nazywamy *średnią* 2-argumentową na X (równoważnie, średnia jest

[14] Ostatnio W. J. Charatonik pozytywnie rozwiązał stary problem charakteryzacji krzywych dziedzicznie ściągalnych poprzez tzw. punktową gładkość – odmianę pojęcia gładkości, wprowadzoną przez S. T. Czubę.

[15] K. Kuratowski, S. B. Nadler, Jr. i G. S. Young, 1970.

[16] J. T.Goodykoontz, Jr., 1985.

2-argumentowym ciągłym działaniem w X, które jest przemienne i idempotentne). JJC zajmował się intensywnie tematem średnich na continuach, a w szczególności na dendroidach, od początku lat 90-ch ([99], [105], [129], [146], [212]). Zainteresował tym tematem kilku współautorów. W [149] pokazano m.in., że dendroidy gładkie płaskie dopuszczają średnią, ale istnieją dendroidy gładkie (w $\mathbb{R}^3$) bez średniej [129].

Problemy ściągalności, selektywności i istnienia średnich na continuach nurtowały J. J. Charatonika do końca życia. Zastanawiały go bardzo podobne, aczkolwiek subtelnie różniące się zjawiska, pojawiające się jako przeszkody dla tych własności. Próbował odkryć ich wspólne jądro i wzajemne zależności (zob. świetny artykuł [218]). W wielu pracach badał ich niezmienniczość przy różnych odwzorowaniach (np. monotonicznych, otwartych, konfluentnych).

Badania dendrytów. Sporo prac J. J. Charatonika poświęconych jest dendrytom. Warto wymienić konstrukcje dendrytów *mocno chaotycznych* (tzn. takich, w których żaden podzbiór otwarty nie jest homeomorficzny z żadnym innym podzbiorem) i równocześnie *mocno sztywnych* (dopuszczających jedynie trywialne homeomorfizmy w siebie) [119] oraz chaotycznych i sztywnych ze względu na odwzorowania otwarte, monotoniczne i inne im pokrewne [174]. Tego typu osobliwe continua są aktualnie wciąż odkrywane i mają ciekawe zastosowania.

W obszernej rozprawie [112], wspólnej z W. J. Charatonikiem i J. R. Prajsem, badane są relacje quasi-porządków w klasie dendrytów określone poprzez istnienie ciągłej surjekcji, należącej do pewnej klasy $\mathcal{M}$ odwzorowań (np. otwartych, monotonicznych, etc.) między dendrytami. W ciągu kilku ostatnich lat wzrasta zainteresowanie tego rodzaju relacjami w rozmaitych klasach continuów (w tym dendrytów) i ich złożonością w sensie deskryptywnej teorii mnogości[17]. Ten kierunek badań, łączący metody dwóch teorii, wydaje się bardzo obiecujący.

W [224] dendryty zostały scharakteryzowane jako jedyne continua X mające własność podnoszenia odwzorowań ciągłych względem przekształceń konfluentnych 0-wymiarowych dowolnego continuum Y: dla dowolnego konfluentnego 0-wymiarowego $f : Y \to f(Y)$ oraz dla każdego odwzorowania ciągłego $g : X \to f(Y)$ istnieje odwzorowanie $\tilde{g} : X \to Y$ takie, że $g = f \circ \tilde{g}$.

Uogólniona jednorodność. Przestrzeń X jest *jednorodna względem klasy* $\mathcal{M}$ odwzorowań ciągłych, gdy dla dowolnych punktów $x, y \in X$ istnieje surjekcja $f : X \to X$ taka, że $f \in \mathcal{M}$ oraz $f(x) = y$. Gdy $\mathcal{M}$ jest

[17] R. Camerlo, U. Darji, A. Marcone, C. Rosendal.

klasą homeomorfizmów, otrzymujemy klasyczną definicję przestrzeni jednorodnej. Continua jednorodne są jednym z najciekawszych obiektów, którymi zajmuje się teoria continuów od swojego zarania. Pomysł badania continuów jednorodnych względem innych klas odwzorowań JJC przypisywał D. P. Bellamy'emu, ale w literaturze pojęcie uogólnionej jednorodności pojawiło się w 1978 r. w [30], [31]. Jednym z pierwszych wyników była zgrabna topologiczna charakteryzacja pseudołuku, pokazująca możliwość uogólniania twierdzeń o klasycznej jednorodności: jest to continuum łańcuchowe[18] jednorodne względem odwzorowań otwartych [30]. W [57] udowodniona jest jednorodność względem odwzorowań monotonicznych dywanu Sierpińskiego, a w [92], [121] i [124] – dendrytów uniwersalnych dla różnych typów rzędów rozgałęzienia.

Wspomnieć trzeba o fundamentalnej, wspólnej z T. Maćkowiakiem, pracy [64], w której uzyskane zostały uogólnienia twierdzenia Effrosa o działaniu grupy autohomeomorfizmów na przestrzeni zwartej X na działania podgrup borelowskich, półgrupy odwzorowań otwartych, a także podzbiorów borelowskich przestrzeni ciągłych autosurjekcji. Miały one później istotne zastosowania do badania jednorodności względem odwzorowań otwartych lub konfluentnych (analogicznie do znanych zastosowań twierdzenia Effrosa do continuów jednorodnych).

Tematyka uogólnionej jednorodności była promowana przez JJC w licznych artykułach przeglądowych, problemowych i na konferencjach. Przyniosła wiele interesujących, głębokich wyników[19]. Znane jest pytanie JJC, czy pseudookrąg (czyli dziedzicznie nierozkładalne[20] continuum płaskie, będące granicą odwrotną okręgów z istotnymi odwzorowaniami łączącymi) jest jednorodny względem odwzorowań otwartych.

Absolutne retrakty w klasach continuów. Continuum Y jest *absolutnym retraktem w klasie* $\mathcal{C}$ continuów ($Y \in AR(\mathcal{C})$), gdy, zanurzone w dowolnym continuum $X \in \mathcal{C}$, jest retraktem X. Dla klasy wszystkich continuów metrycznych otrzymujemy oczywiście klasyczne pojęcie absolutnego retraktu. Dla węższych klas continuów były dotąd znane, dzięki wynikom D. P. Bellamy'ego i T. Maćkowiaka (1984) tylko nieliczne przykłady

[18] Continuum jest *łańcuchowe*, gdy jest granicą odwrotną odcinków z ciągłymi odwzorowaniami łączącymi.

[19] M. in., J. R. Prajs udowodnił w 1998 r., że kwadrat jest jednorodny względem odwzorowań otwartych, a zwarte rozmaitości modelowane na dywanie Sierpińskiego (dla dywanu – niezależnie C. R. Seaquist, 1999) są jednorodne względem odwzorowań otwarto-monotonicznych; w 1989 r. scharakteryzował solenoidy poprzez jednorodność względem odwzorowań ciągłych otwartych i posiadanie łuków jako jedynych właściwych nietrywialnych podcontinuów.

[20] Każde podcontinuum jest nierozkładalne.

absolutnych retraktów – pseudołuk w klasie $\mathcal{HI}$ continuów dziedzicznie nierozkładalnych, najprostsze continuum nierozkładalne Knastera[21] oraz stożki nad przestrzeniami zwartymi 0-wymiarowymi w klasie $\mathcal{HU}$ continuów dziedzicznie jednosprzęgłych.

W cyklu świetnych prac wspólnych z W. J. Charatonikiem i J. R. Prajsem [184], [191], [192], [219], [221], [227], [228], [229], [231], [242], powstałych w ostatnich kilku latach, dokonany jest wielki postęp w badaniach nad absolutnymi retraktami w różnych klasach continuów, m.in. continuów drzewiastych i $\mathcal{HU}$. Autorzy rozwinęli nowe techniki, wprowadzając udane pojęcie łukowej własności Kelleya[22], continuów konfluentnie drzewiastych[23] oraz odkrywając nowe znaczenie odwzorowań konfluentnych. Okazało się np., że:

- jeśli dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje konfluentne ϵ-odwzorowanie z continuum X na continuum z łukową własnością Kelleya (w szczególności na continuum lokalnie spójne), to X też ma łukową własność Kelleya;
- granice odwrotne drzew z konfluentnymi odwzorowaniami łączącymi należą do $AR(\mathcal{HU})$;
- elementy z $AR(\mathcal{HU})$ mają łukową własność Kelleya i są ciągłościowo mikro-jednorodne, co oznacza, że dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje $\delta > 0$ takie, że dla każdych $x, y \in X$, spełniających $\rho(x, y) < \delta$, istnieje odwzorowanie ciągłe $f : X \to X$ takie, że $f(x) = y$ oraz dla dowolnego $p \in X$ zachodzi $\rho(p, f(p)) < \epsilon$;
- każdy $X \in AR(\mathcal{HU})$ bez prostych triodów jest łańcuchowy i każde jego podcontinuum właściwe jest łukiem;
- jeśli X jest dendroidem, to $X \in AR(\mathcal{HU})$ wtedy i tylko wtedy, gdy X jest homeomorficzny z retraktem uniwersalnego dendroidu gładkiego Mohlera-Nikiela;
- każdy absolutny retrakt w klasie continuów drzewiastych oraz każde continuum konfluentnie drzewiaste jest aproksymatywnym absolutnym retraktem (AAR)[24] . W konsekwencji takie continua mają własność punktu stałego (jest to istotne osiągnięcie w badaniach nad problemem, które krzywe drzewiaste mają własność punktu stałego);

---

[21] Granica odwrotna odcinków $[0, 1]$ z odwzorowaniem łączącym
$$f(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leqslant t \leqslant \frac{1}{2}, \\ 2 - 2t, & \frac{1}{2} \leqslant t \leqslant 1 \end{cases}.$$

[22] X ma *własność Kelleya*, gdy dla każdego $p \in X$, dla każdego podcontinuum $K \subset X$ zawierającego p i dla każdego ciągu $p_n \in X$ zbieżnego do p istnieje ciąg podcontinuów $K_n \subset X$ zawierających p_n i zbieżnych do K; jeśli K_n są łukowo spójne, to mówimy o *łukowej własności Kelleya*.

[23] X jest *konfluentnie drzewiaste*, gdy dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje konfluentne ϵ-odwzorowanie (tzn. mające warstwy o średnicy $< \epsilon$) z X na drzewo.

[24] $X \in AAR$, gdy po zanurzeniu X w dowolną przestrzeń zwartą X', dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje $f : X' \to X$ takie, że $\rho(x, f(x)) < \epsilon$ dla wszystkich $x \in X$.

- w klasie continuów dziedzicznie rozkładalnych absolutne retrakty pokrywają się z continuami lokalnie spójnymi.

Stawiane jest ważne pytanie, czy każdy retrakt absolutny w klasie $\mathcal{HU}$ (bez prostych triodów) musi być drzewiasty (granicą odwrotną odcinków z otwartymi odwzorowaniami łączącymi).

Inne badania. Warto wspomnieć o pracach z włoskimi współautorami z topologii ogólnej lub mających związek z teorią funkcji rzeczywistych.

Praca [91] ma swoje praźródło w tzw. metryce Mazurkiewicza (odległość między punktami mierzona jako kres dolny średnic zawierających je podcontinuów). Niech C będzie rodziną wszystkich łukowo spójnych podzbiorów przestrzeni topologicznej $(X, \mathcal{T})$. Bierzemy za bazę nowej (bogatszej) topologii $\mathcal{T}_C$ rodzinę wszystkich składowych łukowych wszystkich zbiorów otwartych z $\mathcal{T}$. Zachodzi „dualność": $(X, \mathcal{T})$ jest łukowo spójna wtedy i tylko wtedy, gdy $(X, \mathcal{T}_C)$ jest spójna.

W [171] badane są warunki dotyczące otwartości funkcji rzeczywistych określonych na przestrzeniach topologicznych. Pokazane jest, że dla przestrzeni metryzowalnych lokalnie zwartych otwartość funkcji w punkcie jest równoważna nieistnieniu lokalnego ekstremum w tym punkcie wtedy i tylko wtedy, gdy dziedzina jest spójna „im kleinen" w tym punkcie.

W [91] udowodnione jest twierdzenie o rezydualności zbioru ciągłych funkcji rzeczywistych na przestrzeni zupełnej X, mających gęste zbiory punktów lokalnego maksimum i lokalnego minimum, w przestrzeni wszystkich funkcji ciągłych na X z topologią zbieżności jednostajnej. W [86] stwierdza się rezydualność i gęstość zbioru odwzorowań ciągłych o brzegowych warstwach w przestrzeni $C(X, Y)$ odwzorowań z X w przestrzeń unormowaną Y (z topologią zbieżności jednostajnej) dla przestrzeni X metryzowalnych (lub ośrodkowych $T_{3\frac{1}{2}}$) bez punktów izolowanych.

Wiele prac JJC powstało we współpracy z topologami meksykańskimi (A. Illanes, G. Acosta, P. Pellicer-Covarubias, R. Escobedo, Macías, I. Puga, H. Méndez-Lango). Niektóre bezpośrednio pod wpływem ulubionej tematyki Charatonika (np. badania dendrytów lub dendroidów), inne w powiązaniu z uprawianą w Meksyku teorią hiperprzestrzeni continuów. Jedną z tamtejszych specjalności w teorii hiperprzestrzeni ostatnich lat jest badanie podprzestrzeni $C_n(X) \subset 2^X$ złożonych z podzbiorów domkniętych continuum X, mających co najwyżej n składowych. Ważnym tematem są odwzorowania indukowane na hiperprzestrzeniach[25]. W [203] wiele faktów znanych dla odwzorowań indukowanych na hiperprzestrzeniach podcontinuów zostało uogólnionych dla odwzorowań indukowanych na $C_n(X)$. Nie wszystkie uogólnienia są oczywiste i nie wszystkie fakty znane dla $n = 1$ mają

[25] Jeśli $f : X \to Y$, to $\hat{f}$ określone na odpowiednich hiperprzestrzeniach wzorem $\hat{f}(A) = f(A)$ nazywa się odwzorowaniem *indukowanym* przez f.

odpowiedniki dla większych n. Okazuje się na przykład, że jeśli $f : X \to Y$ jest „bardzo porządnym" przekształceniem, jakim jest złożenie odwzorowań monotonicznego z otwartym, to przekształcenie indukowane $\hat{f} : C_n(X) \to C_n(Y)$ jest też tego rodzaju złożeniem dla $n \leqslant 2$, ale dla $n > 2$ już nie. We wcześniejszej pracy [135] podane zostały nieoczywiste zależności między pewnymi odwzorowaniami continuów i odwzorowaniami indukowanymi.

Interesującym i, być może, zaskakującym wynikiem, uzyskanym przez JJC z synem Włodzimierzem w [170], jest odkrycie faktu, że, w przeciwieństwie do continuów metryzowalnych, na hiperprzestrzeni podzbiorów domkniętych (lub $\leqslant$ 2-punktowych) continuów niemetryzowalnych nie ma funkcji Whitneya[26].

Jedną z ostatnich prac przygotowanych przez JJC z Włodzimierzem jest [255], w której skonstruowany jest przykład continuum X z własnością Kelleya takiego, że ani hiperprzestrzeń $C(X)$, ani produkt $X \times [0,1]$ nie mają tej własności. Jest to kontrprzykład odpowiadający na znane pytania Nadlera (1978) i H. Kato (1991).

Prace przeglądowe. JJC napisał dużo prac przeglądowych i problemowych. Jest wśród nich kilka wyjątkowo cennych. Przede wszystkim są to trzy artykuły historyczno-encyklopedyczne [123], [138], [222]. Spośród bardziej specjalistycznych pozycji wydaje się, że trudno znaleźć w literaturze lepsze przeglądy, dotyczące krzywych acyklicznych, niż [97], [115], [141]. Godne polecenia są wciąż aktualne artykuły problemowe [125], [177], [218].

Uczniowie i współpracownicy. Do osiągnięć uczonego zaliczają się zawsze uczniowie. Trudno policzyć ilu czynnych matematyków uznaje profesora Charatonika za swojego nauczyciela. Przez jego seminaria i wykłady przewinęły się pokolenia studentów we Wrocławiu, Opolu i Meksyku. Na podanej poniżej liście wypromowanych 11 doktorów znajdujemy aktywne i liczące się nazwiska, niektórzy wykształcili swoich doktorów. Nie pamiętam jedynie pierwszego, który zaraz po obronie wrócił do swego kraju. Nie ma wśród nas Tadeusza Maćkowiaka, jednego z najzdolniejszych, zmarłego przedwcześnie w 1986 r. Wielu pracuje za granicą: Zbigniew Piotrowski w Youngstown State University (USA), Jacek Nikiel w American University of Beirut (Liban), Janusz R. Prajs w California State University, Sacramento (USA), Verónica Martínez de la Vega w Universidad Nacional Autónoma de México. Stanisław Miklos przeszedł niedawno na emeryturę, Krzysztof Omiljanowski i piszący te słowa pracują nadal w Instytucie Matematycznym

[26] Funkcja ciągła $\mu : (2^X, \subseteq) \to [0, \infty)$ ściśle rosnąca i zerująca się na singletonach nazywa się *funkcją Whitneya*. Funkcje Whitneya należą do podstawowych narzędzi w teorii hiperprzestrzeni continuów metrycznych.

Uniwersytetu Wrocławskiego. Zbigniew M. Rakowski i Stanisław T. Czuba nie zajmują się już topologią.

Tae Jin Lee z Korei Płn. z ukończoną rozprawą doktorską niespodziewanie został zmuszony opuścić Polskę i podobno doktorat obronił w Korei. Panayotis Spyrou przyjeżdżał wielokrotnie z Aten do Wrocławia, by pod kierunkiem profesora Charatonika pisać rozprawę. Obronił ją na Uniwersytecie w Atenach (JJC nie był promotorem).

Cechą Janusza Charatonika była umiejętność stawiania pytań, często o charakterze atrakcyjnych programów badawczych. Większość doktoratów było nimi motywowanych. Dbał, by nie uronić nawet drobnych wyników. Zachęcał uczniów i współpracowników do przenoszenia pomysłów na papier, a gdy mieli trudności lub się zbyt długo ociągali, robił to za nich. Dzięki temu wiele cennych wyników w ogóle ujrzało światło dzienne i powstawały wspólne publikacje. Posiadał niezwykłą łatwość i radość pisania, a po swoim mistrzu Knasterze odziedziczył umiejętność starannej redakcji tekstu. Każda praca musiała być przyjazna dla czytelnika, unikał więc nadmiernych skrótów, niemal zawsze pojawiały się odpowiednie przykłady na istotność założeń, dyskusja nad twierdzeniami odwrotnymi, otwarte pytania, wyczerpująca bibliografia.

JJC lubił i umiał współpracować z innymi topologami – miał 26 współautorów z siedmiu krajów: USA, Polski, Włoch, Grecji, Korei Północnej, Meksyku i Czech. Najwięcej prac napisał z synem Włodzimierzem (ponad 60), a do matematyków, z którymi pracował najintensywniej (10 lub więcej wspólnych prac) zaliczają się również: Stanisław Miklos, Krzysztof Omiljanowski, Janusz Prajs i Alejandro Illanes.

Doktorzy wypromowani przez J. J. Charatonika

(1) Bassam En-Nashif (Irak) 1973: *Multi-valued functions, coincidences and fixed points.*
(2) Tadeusz Maćkowiak 1974: *Odwzorowania ciągłe continuów.*
(3) Zbigniew M. Rakowski 1976: *O rozkładach continuów.*
(4) Zbigniew Piotrowski 1979: *A study of certain classes of almost continuous functions on topological spaces.*
(5) Stanisław T. Czuba 1985: *O continuach dziedzicznie ściągalnych.*
(6) Paweł Krupski 1985: *Własność Kelleya w pewnych klasach continuów.*
(7) Jacek Nikiel 1985: *Topologie na acyklicznych zbiorach częściowo uporządkowanych.*
(8) Stanisław Miklos 1986: *Odwzorowania ciągłe przestrzeni spójnych.*
(9) Krzysztof Omiljanowski 1988: *Badania otwartości odwzorowań przestrzeni spójnych.*

(10) Janusz R. Prajs 1990: *O continuach jednorodnych w przestrzeniach euklidesowych.*
(11) Verónica Martínez de la Vega y Mansilla (Meksyk) 2002: *Estudio sobre dendroides y compactaciones.*

Inne rozprawy doktorskie napisane pod kierunkiem J. J. Charatonika

(1) Panayotis Spyrou (Ateny) 1981–1986: *Aposyndesis and depth of a continuum.*
(2) Tae Jin Lee (Korea Płn.) 1987–1991: *Investigations of contractibility and selectibility of curves.*

Spis publikacji Janusza J. Charatonika

[1] J. J. Charatonik, *Remarque à un travail de Z. Waraszkiewicz*, Fund. Math. **50** (1962), 497–500.
[2] J. J. Charatonik, *On ramification points in the classical sense*, Fund. Math. **51** (1962), 229–252.
[3] J. J. Charatonik, *Two invariants under continuity and the incomparability of fans*, Fund. Math. **53** (1964), 187–204.
[4] J. J. Charatonik, *Confluent mappings and unicoherence of continua*, Fund. Math. **56** (1964), 213–220.
[5] J. J. Charatonik, *On fans*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) **54** (1967), 1–40.
[6] J. J. Charatonik, *Fixed point property for monotone mappings of hereditarily stratified λ-dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **16** (1968), 931–936.
[7] J. J. Charatonik, *On decompositions of λ-dendroids*, Fund. Math. **67** (1970), 15–30.
[8] J. J. Charatonik, *An example of a monostratiform λ-dendroid*, Fund. Math. **67** (1970), 75–87.
[9] J. J. Charatonik and C. Eberhart, *On smooth dendroids*, Fund. Math. **67** (1970), 297–322.
[10] J. J. Charatonik, *Remarks on some class of continuous mappings of λ-dendroids*, Fund. Math. **67** (1970), 337–344.
[11] J. J. Charatonik, *Concerning the fixed point property for λ-dendroids*, Fund. Math. **69** (1970), 55–62.
[12] J. J. Charatonik, *On the fixed point property for set-valued mappings of hereditarily decomposable continua*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra III, Proc. Third Prague Topological Symposium, 1971; Academia Prague 1972; 83–84.
[13] J. J. Charatonik, *Irreducible continua in monostratiform λ-dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **19** (1971), 365–367.
[14] J. J. Charatonik and C. A. Eberhart, *On contractible dendroids*, Colloq. Math. **25** (1972), 89–98.
[15] J. J. Charatonik, *The fixed point property for set-valued mappings of some acyclic curves*, Colloq. Math. **26** (1972), 331–338.

[16] J. J. Charatonik, *Monotone decompositions of continua*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **20** (1972), 567–570.

[17] J. J. Charatonik, *On decompositions of continua*, Fund. Math. **79** (1973), 113–130.

[18] J. J. Charatonik, *On irreducible smooth continua*, Topology and its Applications, II, Proc. International Symposium on Topology and its Applications, Budva 1972 (Beograd 1973), 45–50.

[19] J. J. Charatonik, *Problems*, Topology and its Applications, II, Proc. International Symposium on Topology and its Applications, Budva 1972 (Beograd 1973), 51.

[20] J. J. Charatonik, *Some problems concerning monotone decompositions of continua*, Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai, 8. Topics in Topology, Keszthely (Hungary), 1972; North-Holland, Amsterdam 1974; 145–154.

[21] J. J. Charatonik, *A theorem on monotone mappings of planable λ-dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **24** (1976), 171–172.

[22] J. J. Charatonik, *A theorem on non-planar dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **24** (1976), 173–176.

[23] J. J. Charatonik, *Accessibility and mappings of dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **24** (1976), 239–243.

[24] D. P. Bellamy and J. J. Charatonik, *The set function T and contractibility of continua*, Bull.Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **25** (1977), 47–49.

[25] J. J. Charatonik, L. T. Januszkiewicz and T. Maćkowiak, *An uncountable collection of nonplanable smooth dendroids*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **25** (1977), 147–149.

[26] J. J. Charatonik, *A chaotic dendrite*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **25** (1977), 1261–1263.

[27] J. J. Charatonik, *Problems and remarks on contractibility of curves*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra IV, Proc. Fourth Prague Topological Symposium, 1976; Part B Contributed Papers, Society of Czechoslovak Mathematicians and Physicists, Prague 1977; 72–76.

[28] J. J. Charatonik and Z. Rudy, *Remarks on non-planable dendroids*, Colloq. Math. **37** (1977), 205–216.

[29] J. J. Charatonik and Z. Grabowski, *Homotopically fixed arcs and the contractibility of dendroids*, Fund. Math. **100** (1978), 229–237.

[30] J. J. Charatonik, *A characterization of the pseudo-arc*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. **26** (1978), 901–903.

[31] J. J. Charatonik, *The set function T and homotopies*, Colloq. Math. **39** (1978), 271–274.

[32] J. J. Charatonik, *Generalized homogeneity and some characterizations of the pseudo-arc*, Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai, 23. Topology Budapest (Hungary), 1978; North-Holland, Amsterdam, 1980; 269–272.

[33] J. J. Charatonik, *On chaotic curves*, Colloq. Math. **41** (1979), 219–236.

[34] J. J. Charatonik, *Contractibility and continuous selections*, Fund. Math. **108** (1980), 109–118.

[35] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Real functions on connected metric spaces*, Rend. Mat. **13** (6) (1980), 49–58.

[36] J. J. Charatonik, *Some recent results and problems in continua theory*, Mitt. Math. Gesellsch. DDR **4** (1980), 25–32.

[37] J. J. Charatonik, *Open mappings of universal dendrites*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. **28** (1980), 489–494.

[38] J. J. Charatonik, M. Kalota and S. Miklos, *Local expansions on some curves*, Proceedings of the International Conference on Geometric Topology, PWN – Polish Scientific Publishers Warszawa 1980; 73–74.

[39] J. J. Charatonik, *A problem*, Proceedings of the International Conference on Geometric Topology, PWN – Polish Scientific Publishers Warszawa 1980; 461.

[40] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Local expansions on graphs*, Fund. Math. **113** (1981), 235–252.

[41] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Generalized graphs and their open mappings*, Rend. Mat. **2** (7) (1982), 335–354.

[42] J. J. Charatonik and K. Omiljanowski, *On the set of interiority of a mapping*, Glasnik Mat. **17** (37) (1982), 341–361.

[43] J. J. Charatonik, *Several problems on universal smooth dendroids*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra V, Proc. Fifth Prague Topological Symposium, 1981; Heldermann Verlag Berlin 1982; 73–75.

[44] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Images of graphs under local expansions*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra V, Proc. Fifth Prague Topological Symposium, 1981; Heldermann Verlag Berlin 1982; 76–78.

[45] J. J. Charatonik and S. Miklos, *A characterization of cyclic graphs*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. **30** (1982), 453–455.

[46] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *On projections and limit mappings of inverse systems of compact spaces*, Topology Appl. **16** (1983), 1–9.

[47] J. J. Charatonik and M. Kalota, *On local expansions*, Fund. Math. **117** (1983), 187–203.

[48] J. J. Charatonik, *Local homeomorphisms onto cyclic continua*, Period. Math. Hungar. **14** (1983), 245–249.

[49] J. J. Charatonik, *Generalized homogeneity and some characterizations of solenoids*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **31** (1983) 171–174.

[50] J. J. Charatonik, *Some generalizations of homogeneity of spaces* (Russian); Topology (Moscow, 1979); Trudy Mat. Inst. Steklov **154** (1983), 267–274. English translation in: Proc. Steklov Institute Math. 1984, 287–294.

[51] J. J. Charatonik, *The property of Kelley and confluent mappings*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **31** (1983), 375–380.

[52] J. J. Charatonik, *Generalized homogeneity of the Sierpiński universal plane curve*, Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai, 41, Topology, theory and applications, Eger (Hungary) 1983; 153–158. North-Holland, Amsterdam-New York, 1985.

[53] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Inverse limits and smoothness of continua*, Acta Math. Hungar. **43** (1984), 7–12.

[54] J. J. Charatonik, *Smooth dendroids without ordinary points*, Fund. Math. **122** (1984), 61–70.

[55] J. J. Charatonik, *Some problems on generalized homogeneity of continua*, Topology, Proc. International Topological Conference, Leningrad 1982; Lecture Notes in Math. vol. 1060 Springer Verlag, 1984; 1–6.

[56] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Local homeomorphisms and related mappings on graphs*, Math. Slovaca **34** (1984), 411–418.

[57] J. J. Charatonik, *Mappings of the Sierpiński curve onto itself*, Proc. Amer. Math. Soc. **92** (1984), 125–132.

[58] J. J. Charatonik, *Remarks on arc-preserving and dendrite-preserving mappings onto curves*, Bull. Malaysian Math. Soc. **1** (8) (1985), 9–13.

[59] J. J. Charatonik and S. Miklos, *A fixed point property for locally one-to-one mappings*, Comment. Math. Prace Mat. **25** (1985), 21–26.

[60] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Monotoneity relative to a point and inverse limits of continua*, Glas. Mat. Ser. III **20** (40) (1985), 139–151.

[61] J. J. Charatonik, *Inverse limits of arcs and of simple closed curves with confluent bonding mappings*, Period. Math. Hungar. **16** (1985), 219–236.

[62] J. J. Charatonik and T. Maćkowiak, *Confluent and related mappings on arc-like continua – an application to homogeneity*, Topology Appl. **23** (1986), 29–39.

[63] J. J. Charatonik and S. Miklos, *Local expansions on graphs and order of a point*, Acta Math. Hungar. **47** (1986), 287–297.

[64] J. J. Charatonik and T. Maćkowiak, *Around Effros' theorem*, Trans. Amer. Math. Soc. **298** (1986), 579–602.

[65] J. J. Charatonik, *Openness properties of mappings on some connected spaces*, Rend. Mat. **6** (7) (1986), 105–118.

[66] J. J. Charatonik, *Planability of continua*, Elefteria **4B** (1986), 305–334.

[67] J. J. Charatonik, *On continuous selections for the hyperspace of subcontinua*, Elefteria **4B** (1986), 335–350.

[68] J. J. Charatonik and T. Maćkowiak, *Continua with a dense set of end points*, Rocky Mountain J. Math. **17** (1987), 385–391.

[69] J. J. Charatonik and A. Villani, *Metrizable completions and covering properties*, Expositiones Math. **5** (1987), 275–281.

[70] J. J. Charatonik, *Mapping properties of hereditary classes of acyclic curves*, Period. Math. Hungar. **18** (1987), 143–149.

[71] J. J. Charatonik, S. Miklos and K. Omiljanowski, *Locally one-to-one mappings on graphs*, Czechosl. Math. J. **37** (112) (1987), 343–350.

[72] J. J. Charatonik and A. Villani, *On continuous parameterization of a family of separators of a locally connected curve*, Matematiche (Catania) **42** (1987), 179–194.

[73] J. J. Charatonik, *On retractible continua*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra, IV (Prague, 1986), 83–90, R & E Res. Expo. Math., 16, Heldermann, Berlin, 1988.

[74] J. J. Charatonik, *Some problems on selections and contractibility*, Third Topology Conference (Trieste 1986) Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl. No. **18** (1988) 27–30.

[75] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Generalized homogeneity of finite and of countable topological spaces*, Rocky Mountain J. Math. **16** (1988), 195–210.

[76] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Fans with the property of Kelley*, Topology Appl. **29** (1988), 73–78.

[77] J. J. Charatonik, *Planability of curves*, Wissenschaftliche Beiträge dero Ernst-MO Ritz-Arndt-Universityät Greifswald (DDR); Proceedings of the Conference Topology and Measure V, Greifswald 1988; 137–145.

[78] J. J. Charatonik, K. Omiljanowski, B. Ricceri and A. Villani, *Openness properties of real multifunctions on some connected spaces*, Rend. Circ. Mat. Palermo **37** (2) (1988), 201–245.

[79] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *The property of Kelley for fans*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **36** (1988), 169–173.

[80] J. J. Charatonik, *Generalized homogeneity of curves and a question of H. Kato*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **36** (1988), 409–411.

[81] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and B. Ricceri, *Inductively open mappings and spaces with open components*, Glasnik Mat. **24** (44) (1989), 103–114.

[82] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Images of the Cantor fan*, Topology Appl. **33** (1989), 163–172.

[83] J. J. Charatonik, *Monotone mappings and unicoherence at subcontinua*, Topology Appl. **33** (1989), 209–215.

[84] J. J. Charatonik and K. Omiljanowski, *On light open mappings*, Baku International Topological Conference Proceedings, ELM, Baku 1989, 211–219.

[85] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and S. Miklos, *Confluent mappings of fans*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) **301** (1990), 1–86.

[86] A. Bella, J. J. Charatonik and A. Villani, *On the residuality of the set of all nowhere constant functions*, Boll. Un. Mat. Ital. **4-A** (7)(1990), 77–86.

[87] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Connected subsets of dendrites and separators of the plane*, Topology Appl. **36** (1990), 233–245.

[88] J. J. Charatonik, *Dendroids without ordinary points*, Fourth Topology Conference (Sorrento 1988) Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl. No. **24** (1990), 321–326.

[89] J. J. Charatonik, B. Ricceri and A. Villani, *Multifunctions with completely connected range*, Houston J. Math. **16** (1990), 303–312.

[90] A. Bella, J. J. Charatonik and K. Omiljanowski, *Connectivity properties and a change of the topology*, Glas. Mat. Ser. III **25** (45) (1990), 173–193.

[91] A. Bella, J. J. Charatonik and A. Villani, *Many continuous functions have many proper local extrema*, J. Math. Anal. Appl. **154** (1991), 558–571.

[92] J. J. Charatonik, *Monotone mappings of universal dendrites*, Topology Appl. **38** (1991), 163–187.

[93] J. J. Charatonik, *Absolutely terminal continua and confluent mappings*, Comment. Math. Univ. Carolin. **32** (1991), 377–382.

[94] J. J. Charatonik, *On generalized homogeneity of locally connected plane continua*, Comment. Math. Univ. Carolin. **32** (1991), 769–774.

[95] J. J. Charatonik, *Mapping invariance of extremal continua*, Topology Appl. **43** (1992), 275–282.

[96] J. J. Charatonik, *Conditions related to selectibility*, Math. Balkanica (N.S.) **5** (1991), 359–372.

[97] J. J. Charatonik, *Contractibility of curves*, Matematiche (Catania) **46** (1991), 559–592.

[98] J. J. Charatonik, *Fixed point property for strata concordant mappings of continua*, Glasnik Mat. **26** (46) (1991), 131–139.

[99] J. J. Charatonik, *Some problems concerning means on topological spaces*, in: C. Bandt, J. Flachsmeyer and H. Haase (eds.) Topology, Measures and Fractals, Mathematical Research **66** 166–177. Akademie Verlag Berlin 1992.

[100] J. J. Charatonik, T. J. Lee and K. Omiljanowski, *Interrelations between some noncontractibility conditions*, Rend. Circ. Mat. Palermo **41** (2) (1992), 31–54.

[101] J. J. Charatonik, *Terminal continua and quasi-monotone mappings*, Topology Appl. **47** (1992), 69–77.

[102] J. J. Charatonik, K. Omiljanowski and B. Ricceri, *Graph intersection property*, Matematiche (Catania) **47** (1992), 103–115.

[103] J. J. Charatonik, *Atomic mappings and extremal continua*, Extracta Math. **7** (1992), 131–134.

[104] J. J. Charatonik, *Absolute end points of irreducible continua*, Math. Bohemica **118** (1993), 19–28.
[105] J. J. Charatonik, *Inverse limit means and some functional equations*, Rocky Mountain J. Math. **23** (1993), 41–48.
[106] J. J. Charatonik, *On continuous selections for the hyperspace of subcontinua*, Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai, 55. Topology, Pécs (Hungary) 1989; p. 91–100. North-Holland, Amsterdam-New York, 1993.
[107] J. J. Charatonik, P. Krupski and J. R. Prajs, *Absolute end points and their mapping properties*, Math. Pannonica **4/1** (1993), 103–111.
[108] J. J. Charatonik, *Local connectivity, open homogeneity and hyperspaces*, Rev. Mat. Univ. Complut. Madrid **6** (1993), 269–276.
[109] J. J. Charatonik and P. Spyrou, *Depth of dendroids*, Math. Pannonica **5/1** (1993), 111–117.
[110] J. J. Charatonik and P. Spyrou, *Monotone retractions and depth of continua*, Arch. Math. (Brno) **30** (1994), 131–137.
[111] J. J. Charatonik, *On generalized homogeneity of curves of a constant order*, Rocky Mountain J. Math. **24** (1994), 491–504.
[112] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Mapping hierarchy for dendrites*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) **333** (1994), 1–52.
[113] J. J. Charatonik, *Bronisław Knaster* (Polish), Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wrocław, Ser. A **248** (1994), 110–117.
[114] J. J. Charatonik and A. Villani, *Completions of rationals*, Matematiche (Catania) **49** (1994), 169–173.
[115] J. J. Charatonik, *On acyclic curves – a survey of results and problems*, Bol. Soc. Mat. Mexicana **1** (3) (1995), 1–39.
[116] J. J. Charatonik, *Homeomorphisms of universal dendrites*, Rend. Circ. Mat. Palermo **44** (2) (1995), 457–468.
[117] J. J. Charatonik, *Tadeusz Maćkowiak (1949-1986)* (Polish), Wiadom. Mat. **31** (2) (1995), 151–162.
[118] J. J. Charatonik, *Problems on generalized homogeneity of some continua*, Questions Answers Gen. Topology **14** (1996), 9–13.
[119] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Strongly chaotic dendrites*, Colloq. Math. **70** (1996), 181–190.
[120] J. J. Charatonik, *Mappings related to confluence*, Arch. Math. (Brno) **32** (1996), 85–103.
[121] J. J. Charatonik, *An uncountable family of monotone homogeneous dendrites*, Glasnik Mat. **31** (51) (1996), 289–294.
[122] J. J. Charatonik, *Local connectedness and connected open functions*, Portugal. Math. **53** (1996), 503–514.
[123] J. J. Charatonik, *The works of Bronisław Knaster (1893–1980) in continuum theory*, in: C. E. Aull and R. Lowen (eds.), Handbook of the History of General Topology, **1** 63–78. Kluwer Academic Publishers 1997.
[124] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Monotone homogeneity of dendrites*, Comment. Math. Univ. Carolin. **38** (1997), 361–370.
[125] J. J. Charatonik, *Several problems in continuum theory*, Aportaciones Mat. Comun. **20** (1997), 77–86.
[126] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *On mappings with the Eilenberg property*, Questions Answers Gen. Topology **15** (1997), 95–101.
[127] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Monotone-open mappings of rational continua*, Bol. Soc. Mat. Mexicana **3** (3) (1997), 313–317.

[128] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Periodic-recurrent property of some continua*, Bull. Austral. Math. Soc. **56** (1997), 109–118.

[129] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik, K. Omiljanowski and J. R. Prajs, *Hyperspace retractions for curves*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) **370** (1997), 1–34.

[130] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Open mappings increasing order*, Proc. Amer. Math. Soc. **125** (1997), 3725–3733.

[131] J. J. Charatonik, *On a fixed point theorem for multifunctions*, Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. **40** (1997), 31–36.

[132] J. J. Charatonik, *Decompositions and the fixed point property for multifunctions*, Matematiche (Catania) **52** (1997), 261–270.

[133] J. J. Charatonik, *Recent results on induced mappings between hyperspaces of continua*, Topology Proc. **22** (1997), 103–122.

[134] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Universality of weakly arc-preserving mappings*, Topology Proc. **22** (1997), 123–154.

[135] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Hereditarily weakly confluent induced mappings are homeomorphisms*, Colloq. Math. **75** (1998), 195–203.

[136] J. J. Charatonik, *On sets of periodic and of recurrent points*, Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.) **63** (77) (1998), 131–142.

[137] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik, S. Miklos and P. Spyrou, *On open mappings of locally connected continua onto arcs*, Houston J. Math. **24** (1998), 21–43.

[138] J. J. Charatonik, *History of continuum theory*, in: C. E. Aull and R. Lowen (eds.), Handbook of the History of General Topology, vol. 2, p. 703–786. Kluwer Academic Publishers 1998.

[139] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Lightness of induced mappings*, Tsukuba J. Math. **22** (1998), 179–192.

[140] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Inducible mappings between hyperspaces*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **46** (1998), 5–9.

[141] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Dendrites*, Aportaciones Mat. Comun. **22** (1998), 227–253.

[142] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Atomicity of mappings*, Internat. J. Math. Math. Sci. **21** (1998), 729–734.

[143] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Questions on induced universal mappings*, Questions Answers Gen. Topology **16** (1998), 127–131.

[144] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Homotopy properties of curves*, Comment. Math. Univ. Carolin. **39** (1998), 573–580.

[145] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and A. Illanes, *Remarks on unicoherence at subcontinua*, Tsukuba J. Math. **22** (1998), 629–636.

[146] J. J. Charatonik, *Homogeneous means and some functional equations*, Math. Slovaca **48** (1998), 391–398.

[147] J. J. Charatonik, *Some questions on the composition factor property for atomic mappings*, Extracta Math. **13** (1998), 283–287.

[148] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *A weaker form of the property of Kelley*, Topology Proc. **23** (1998), 69–99.

[149] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik, K. Omiljanowski and J. R. Prajs, *On plane arc-smooth structures*, Houston J. Math. **25** (1999), 473–499.

[150] J. J. Charatonik, *Properties of elementary mappings*, Acta Math. Hungar. **85** (1999), 143–152.

[151] J. J. Charatonik, *Ultra smooth continua are smooth*, Rend. Circ. Mat. Palermo **48** (2) (1999), 401–418.

[152] J. J. Charatonik and P. Pyrih, *Continua with light open mappings*, Questions Answers Gen. Topology **17** (1999), 237–256.

[153] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and A. Illanes, *Openness of induced mappings*, Topology Appl. **98** (1999), 67–80.

[154] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Induced MO-mappings*, Tsukuba J. Math. **23** (1999), 245–252.

[155] J. J. Charatonik, *On absolute retracts for classes of continua*, Aportaciones Mat. Comun. **25** (1999), 203–208.

[156] J. J. Charatonik, *On chaotic dendrites*, Period. Math. Hungar. **38** (1999), 19–29.

[157] J. J. Charatonik, *Variations of homogeneity*, Topology Proc. **24** (1999), 53–85.

[158] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Limit properties of induced mappings*, Topology Appl. **100** (2000), 103–118.

[159] J. J. Charatonik and P. Pyrih, *On piecewise confluent mappings*, Math. Pannonica **11/1** (2000), 101–108.

[160] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *A collection of dendroids*, Math. Pannonica **11/1** (2000), 125–136.

[161] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and P. Krupski, *Dendrites and light open mappings*, Proc. Amer. Math. Soc. **128** (2000), 1839–1843.

[162] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Remarks on induced universal mappings*, Questions Answers Gen. Topology **18** (2000), 47–54.

[163] J. J. Charatonik, *Remarks on atomic mappings*, Questions Answers Gen. Topology **18** (2000), 111–112.

[164] J. J. Charatonik, *On chainable continua with almost unique hyperspace*, Questions Answers Gen. Topology **18** (2000), 167–169.

[165] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Continua determined by mappings*, Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.) **67** (81) (2000), 133–144.

[166] J. J. Charatonik, *On feebly monotone and related classes of mappings*, Topology Appl. **105** (2000), 15–29.

[167] J. J. Charatonik, *The lifting property for classes of mappings*, Internat. J. Math. Math. Sci. **23** (2000), 717–722.

[168] J. J. Charatonik, *Recent results on open mappings of continua onto arcs*, Aportaciones Mat. Comun. **27** (2000), 181–199.

[169] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Smoothness and the property of Kelley*, Comment. Math. Univ. Carolin. **41** (2000), 123–132.

[170] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Whitney maps – a non-metric case*, Colloq. Math. **83** (2000), 305–307.

[171] J. J. Charatonik, K. Omiljanowski and A. Villani, *Interiority of real functions*, Quart. J. Math. Oxford Ser. **51** (2) (2000), 299–306.

[172] J. J. Charatonik and P. Pyrih, *Atomic mappings can spoil lightness of open mappings*, Tsukuba J. Math. **24** (2000), 157–169.

[173] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and A. Illanes, *Openness of induced projections*, Proc. Amer. Math. Soc. **128** (2000), 3711–3714.

[174] J. J. Charatonik, *On generalized rigidity*, Houston J. Math. **26** (2000), 639–660.

[175] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Connections between classes of spaces and of mappings*, Topology Proc. **25** (Spring 2000), 87–111.

[176] J. J. Charatonik, *On the strong covering property of continua*, Topology Proc. **25** (Spring 2000), 111–124.

[177] J. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Several old and new problems in continuum theory*, Topology Proc. **25** (Summer 2000), 31–41.

[178] J. J. Charatonik, *On some covering properties of continua*, Topology Proc. **25** (Summer 2000), 457–466.

[179] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *The Effros metric*, Topology Appl. **110** (2001), 237–255.

[180] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and A. Illanes, *Property of Kelley for confluent retractable continua*, Topology Appl. **110** (2001), 257–263.

[181] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Inverse limits and openness of the induced mappings*, Topology Appl. **114** (2001), 235–260.

[182] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Semi-confluent mappings*, Math. Pannonica **12** (2001), 39–54.

[183] J. J. Charatonik, *Covering properties of continua*. Aportaciones Mat. Comun. **29** (2001), 97–111.

[184] J. J. Charatonik and J. R. Prajs, *On local connectedness of absolute retracts*, Pacific J. Math. **201** (2001), 83–88.

[185] G. Acosta, J. J. Charatonik and A. Illanes, *Irreducible continua of type λ with almost unique hyperspace*, Rocky Mountain J. Math. **31** (2001), 745–772.

[186] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Every monotone open 2-homogeneous metric continuum is locally connected*, Rend. Circ. Mat. Palermo **50** (2) (2001), 569–578.

[187] J. J. Charatonik, *One-point connectifications of subspaces of generalized graphs*, Kyungpook Math. J. **41** (2001), 335–340.

[188] J. J. Charatonik, *On a family of dendrites*, Internat. J. Math. Math. Sci. **27** (2001), 681–688.

[189] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *A degree of non-local connectedness*, Rocky Mountain J. Math. **31** (2001), 1205–1236.

[190] J. J. Charatonik, *Nonseparating subcontinua and mappings*, Topology Proc. **26** (2001–2002), 97–125.

[191] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Kernels in hereditarily unicoherent continua and absolute retracts*, Topology Proc. **26** (2001–2002), 127–145.

[192] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Gate continua, absolute terminal continua and absolute retracts*, Houston J. Math. **28** (2002), 89–117.

[193] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Various kinds of local connectedness*, Math. Pannonica **13** (2002), 103–116.

[194] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and P. Pyrih, *On open mappings of compactifications of the ray onto an arc*. Bull. Polish Acad. Sci. Math. **50** (2002), 11–20.

[195] J. J. Charatonik and P. Pellicer-Covarrubias, *On covering mappings on solenoids*, Proc. Amer. Math. Soc. **130** (2002), 2145–2154

[196] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *A counterexample concerning Whitney reversible properties*, Proc. Amer. Math. Soc. **130** (2002), 3097–3099.

[197] J. J. Charatonik, *On strongly monotone mappings*, in: Continuum Theory: Proceedings of the Special Session in Honor of Sam Nadler's 60-th birthday; Lecture

Notes in Pure and Applied Mathematics vol. 230; A. Illanes, S. Macías and W. Lewis editors; M. Dekker, New York and Basel 2002; 81–94.

[198] J. J. Charatonik and R. Escobedo, *On semi-universal mappings*, in: Continuum Theory: Proceedings of the Special Session in Honor of Sam Nadler's 60-th birthday; Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics vol. 230;A. Illanes, S. Macías and W. Lewis editors; M. Dekker, New York and Basel 2002; 95–111.

[199] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Problems on hyperspace retractions*, in: Continuum Theory: Proceedings of the Special Session in Honor of Sam Nadler's 60-th birthday; Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics vol. 230; A. Illanes, S. Macías and W. Lewis editors; M. Dekker, New York and Basel 2002; 113–125.

[200] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and R. J. Prajs, *Questions*, in: Continuum Theory: Proceedings of the Special Session in Honor of Sam Nadler's 60-th birthday; Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics vol. 230; A. Illanes, S. Macías and W. Lewis editors; M. Dekker, New York and Basel 2002; 333–335.

[201] J. J. Charatonik, P. Podbrdský and P. Pyrih, *Openly minimal dendrites with uncountably many open images*, Questions Answers Gen. Topology **20** (2002), 63–73.

[202] J. J. Charatonik, *Mappings of terminal continua*, Internat. J. Math. Math. Sci. **30** (2002), 613–620.

[203] J. J. Charatonik, A. Illanes and S. Macías, *Induced mappings on the hyperspaces $C_n(X)$ of a continuum X*, Houston J. Math. **28** (2002), 781–805.

[204] J. J. Charatonik, *On mapping properties and the property of Kelley*, Math. Commun. **7** (2002), 97–101.

[205] J. J. Charatonik and P. Krupski, *On self-homeomorphic dendrites*, Comment. Math. Univ. Carolin. **43** (2002), 665–673.

[206] J. J. Charatonik, *Leopold Vietoris (1891–2002): Continuum Theory*, Boletín, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas, UNAM **94** (Diciembre 2002), 4–5.

[207] J. J. Charatonik, *On one-point connectifications of spaces*, Kyungpook Math. J. **43** (2003), 149–156.

[208] J. J. Charatonik, *On finitely equivalent continua*. Internat. J. Math. Math. Sci. **32** (2003), 2069–2073.

[209] J. J. Charatonik, *Component restriction property for classes of mappings*, Math. Pannonica **14** (2003), 135–143.

[210] J. J. Charatonik, *A characterization of dendrites*, JP J. Geom. Topol. **3** (2003), 29–35.

[211] J. J. Charatonik, *On an old problem of Knaster*, Problems from Topology Proc., edited by Elliott Pearl; Topology Atlas 2003, 195–196.

[212] J. J. Charatonik, *Means on arc-like continua*, Problems from Topology Proc., edited by Elliott Pearl; Topology Atlas 2003, 197–200.

[213] J. J. Charatonik, *Recent research in hyperspace theory*, Extracta Math. **18** (2003), 235–262.

[214] J. J. Charatonik, *Recent results on absolute retracts for various classes of continua*, Aportaciones Mat. Comun. **32** (2003), 51–77.

[215] J. J. Charatonik, *Semi-Kelley continua and smoothness*, Questions Answers Gen. Topology **21** (2003), 103–108.

[216] J. J. Charatonik and I. Puga, *More on unicoherence at subcontinua*, Math. Commun. **8** (2003), 173–185.

[217] J. J. Charatonik and I. Puga, *On weakly arcwise open dendroids*, JP J. Geom. Topol. **3** (2003), 89–100.
[218] J. J. Charatonik, *Selected problems in continuum theory*, Topology Proc. **27** (2003), 51–78.
[219] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Arc property of Kelley and absolute retracts for hereditarily unicoherent continua*, Colloq. Math. **97** (2003), 40–65.
[220] J. J. Charatonik, *Covering properties of continua and mappings*, Publ. Inst. Math. Beograd (N.S.) **74** (88) (2003), 115–120.
[221] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Hereditarily unicoherent continua and their absolute retracts*, Rocky Mountain J. Math. **34** (2004), 83–110.
[222] J. J. Charatonik, *Unicoherence and multicoherence*, in: Encyclopedia of General Topology, K. P. Hart, J. Nagata and J. E. Vaughan, eds.; Elsevier Science Ltd. 2004; 331–333.
[223] J. J. Charatonik, *Arcwise quasi-monotone mappings onto fans*, Rad. Mat. **12** (2004), 1–8.
[224] J. J. Charatonik and P. Krupski, *Dendrites and light mappings*, Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), 1211–1217.
[225] J. J. Charatonik, *Dendrites and monotone mappings*, Math. Pannonica **15** (2004), 115–125.
[226] J. J. Charatonik and S. Macías, *Mappings of some hyperspaces*, JP J. Geom. Topol. **4** (2004), 53–80.
[227] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Atriodic absolute retracts for hereditarily unicoherent continua*, Houston J. Math. **30** (2004), 1069–1087.
[228] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Mappings on dendrites*, Topology Appl. **144** (2004), 109–132.
[229] J. J. Charatonik, *Questions on universal elements for the classes of brush dendroids*, Questions Answers Gen. Topology **22** (2004), 111–116.
[230] J. J. Charatonik, *Bosquejo Histórico de la Teoría de los Continuos*, in: Invitación a la Teoría de los Continuos y sus Hiperespacios; Aportaciones Matematicas; Sociedad Matemática Mexicana, 2004; R. Escobedo, S. Macías and H. Méndez (eds.); 218–257.
[231] J. J. Charatonik, *Local connectedness of spaces at subsets*, Questions Answers Gen. Topology **22** (2004), 137–146.
[232] J. J. Charatonik, *On brush dendroids and the property of Kelley*, JP J. Geom. Topol. **4** (2004), 167–183.
[233] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Weak and small Whitney properties*, Topology Proc. **28** (2004), 69–79.
[234] J. J. Charatonik, *Mappings confluent over locally connected continua*, Georgian Math. J. **11** (2004), 671–680.
[235] J. J. Charatonik, *Dynamical systems aspects for mappings of dendrites and related spaces*, Aportaciones Mat. Comun. **34** (2004), 107–121.
[236] J. J. Charatonik, *On dendrites with the* ΩEP*-property*, Math. Commun. **9** (2004), 113–118.
[237] G. Acosta and J. J. Charatonik, *Continua with the periodic-recurrent property*, Math. Pannon. **15** (2004), 153–174.
[238] J. J. Charatonik and J. R. Prajs, *On lifting properties for confluent mappings*, Proc. Amer. Math. Soc. **133** (2005), 577–585.

[239] J. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Generalized ε-push property for certain atriodic continua*, Houston J. Math. **31** (2005), 441–450.
[240] J. J. Charatonik, *On λ-dendroids with the ΩEP-property.* J. Dyn. Syst. Geom. Theor. **3** (2005), 55–66.
[241] J. J. Charatonik, *Limit properties of spaces of some mappings between continua*, Bol. Soc. Mat. Mexicana **11** (1) (2005).
[242] J. J. Charatonik and J. R. Prajs, *AANR spaces and absolute retracts for tree-like continua*, Czechosl. Math. J. **55** (2005), 877–891.
[243] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Local connectedness in hyperspaces*, Rocky Mountain J. Math. (w druku)
[244] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Connectedness properties of Whitney levels*, Topology Proc. (w druku)
[245] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Bend sets, N-sequences and mappings*, Intern. J. Math. Sci. **53–56** (2004), 2927–2936.

Artykuły ukończone

[246] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *The set of additivity of the Cantor-Lebesgue step function.*
[247] J. J. Charatonik, W. J. Charatonik and J. R. Prajs, *Confluent mappings and the arc property of Kelley.*
[248] J. J. Charatonik, *Liftings of mappings – recent results.*
[249] J. J. Charatonik and A. Illanes, *Smoothness and the property of Kelley for hyperspaces.*
[250] J. J. Charatonik, *Mapping properties of weakly arcwise open dendroids.*
[251] J. J. Charatonik and A. Illanes, *N-sequences and contractibility in hyperspaces.*
[252] J. J. Charatonik, *Mapping invarance of some properties of dendrites.*
[253] J. J. Charatonik, *ΩEP-property for a class of λ-dendroids.*
[254] J. J. Charatonik and H. Méndez-Lango, *Periodic-recurrent property for a class of λ-dendroids.*
[255] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Property of Kelley for the Cartesian products and hyperspaces.*
[256] J. J. Charatonik, *On the weak limit property for a space of some mappings.*
[257] J. J. Charatonik and P. Pellicer-Covarrubias, *Local connectedness and retractions in hyperspaces.*
[258] J. J. Charatonik and P. Pellicer-Covarrubias, *Retractions and contractibility in hyperspaces.*

Artykuły projektowane

[259] J. J. Charatonik and P. Pellicer-Covarrubias, *Retractions of hyperspaces, II.*
[260] J. J. Charatonik and S. Macías, *Hairy graphs.*
[261] J. J. Charatonik and W. J. Charatonik, *Mappings relevant to confluence.*