

Laureaci nagród Polskiego Towarzystwa Matematycznego za rok 2006

Henryk Żołądek – laureat nagrody im. T. Ważewskiego



Nagroda została przyznana H. Żołądkowi za imponującą monografię „The Monodromy Group”, 580 str., wydaną w wyd. Birkhäuser, jako 67. tom serii Monografie Matematyczne (nowa seria), Instytut Matematyczny PAN. Ta seria, zapoczątkowana monografią Stefana Banacha „Théorie des opérations linéaires” z 1932 roku, została niedawno wznowiona po kilkunastoletniej przerwie¹. H. Żołądek otrzymał nagrodę PTM im. Ważewskiego po raz drugi; pierwszy raz otrzymał taką nagrodę w 1990 r.

Monografia „The Monodromy Group” wynika z 2-letniego zaawansowanego kursu prof. Żołądka na Uniwer-

sytecie Warszawskim i licznych seminariów i jest częściowo podręcznikiem dla zaawansowanych studentów. Z drugiej strony książka zawiera szereg wyników autora, a są wśród nich wyniki i metody fundamentalne i piękne.

Książka dotyczy zagadnień centralnych w matematyce. Prowadzi czytelnika od równania Eulera i czasów Gaussa i jego równania hipergeometrycznego, poprzez badania Kleina, Riemanna i Poincarégo, do metod współczesnych: Deligne, Mostov, Gelfand, Varchenko.

Klasyczne pojęcie monodromii pochodzi od Riemanna. Jeśli przedłużamy wielowartościową funkcję analityczną wzdłuż krzywej, to po powrocie do punktu wyjścia otrzymujemy wartość, która nie musi być równa wyjściowej, jeśli krzywa nie jest ściągalna w dziedzinie określoności. To przekształcenie nazywa się przekształceniem monodromii.

¹ Monografie Matematyczne mają 11 osobowy międzynarodowy Komitet Redakcyjny: J. Bourgain, T. Iwaniec, T. Koerner, K. Kuperberg, T. Łuczak, L. Newelski, G. Pisier, P. Pragacz, G. Świątek, P. Wojtaszczyk (przew.), J. Zabczyk.

Jeśli ta funkcja jest rozwiązaniem liniowego równania różniczkowego zależącego od czasu, z czasem zespolonym, określonego poza skończonym zbiorem osobliwości A , to otrzymamy reprezentację grupy podstawowej $\bar{C} \setminus A$ w $GL(C, n)$, w grupę monodromii. Projektywizacja dla $n = 2$ prowadzi do grup Kleina.

Grupy monodromii liniowych równań różniczkowych były intensywnie badane już w XIX w. i dały początek współczesnej matematyce.

Problem odwrotny: znaleźć dla grupy generujące ją równanie różniczkowe to problem Riemanna-Hilberta (21. problem Hilberta, ze słynnej listy problemów przedstawionej na Kongresie w Paryżu w 1900 roku).

Wreszcie grupy monodromii znalazły zastosowanie w badaniu osobliwości w geometrii algebraicznej.

Książka zaczyna się od wstępu z teorii osobliwości funkcji i hiperpowierzchni. Pojawia się rozwłóknienie Milnora wokół osobliwości, wzór Picarda-Lefschetza dla kohomologii, diagramy Dynkina układu pierwiastków i grupy Coxetera, rozdmuchania (idee związane z Tw. Hironaki, w wymiarze 2, potrzebne dalej do klasyfikacji osobliwości pól wektorowych). Po topologii w otoczeniu osobliwości, autor zajmuje się analizą, całkami holomorficznymi form różniczkowych (równanie Picarda-Fuchsa). W kolejnym rozdziale, szóstym, autor przedstawia wyniki (wśród nich własne i swoich uczniów) dotyczące 16. problemu Hilberta, części dotyczącej liczby cykli granicznych dla wielomianowych pól wektorowych na płaszczyźnie. Jest tu zawarta teoria szacowania liczby zer całek abelowych.

Rozdział VII dotyczy mieszanych struktur Hodge'a, dających niezmienniki zbiorów algebraicznych. Mamy tu kompleks Dolbeault, wprowadzone są ciągi spektralne kohomologii i omówione jest ich wykorzystanie w badaniu osobliwości.

W dalszych rozdziałach mamy m.in. teorię Ecalle'a – Iliashenki dającą skończoność liczby cykli granicznych w 16. problemie Hilberta, holomorficzne foliacje i ich monodromie, zastosowanie do badania grup monodromii teorii Galoisa. Wreszcie ostatni rozdział prowadzi nas od równania hipergeometrycznego Gaussa do subtelnych wyników teorii monodromii Deligne'a-Mostowa (kraty w grupach Liego). Tu jak pisze autor „teoria monodromii pokazuje całe swoje piękno”.

Henryk Żołądek jest jednym z najwybitniejszych na świecie specjalistów w dziedzinie algebraicznej i analitycznej teorii równań różniczkowych zwyczajnych. Do jego głównych zainteresowań należą:

1. 16. problem Hilberta, szacowanie liczby cykli granicznych dla wielomianowych pól wektorowych na płaszczyźnie, globalnie i lokalnie, ostatnio także w wyższym wymiarze (na powierzchni centralnej). Do tej tematyki należą np. prace: „Quadratic systems with center and their perturbations”

J. Diff. Eq. (1994), (59 cytowań wg MathSciNet!), „Eleven small limit cycles in a cubic vector fields” Nonlinearity (1995), „Limit cycles of three-dimensional polynomial vector-fields” (wspólna z M. Bobieńskim), Nonlinearity (2005). Używana tu technika to m.in. szacownia liczby zer całek abelowych.

$$(1) \quad I(h) = \int_{H=h} Qdx - Pdy$$

wzdłuż trajektorii $H = h$ układu hamiltonowskiego jeszcze niezaburzonego, polem $\epsilon(P\partial/\partial x + Q\partial/\partial y)$ oraz uogólnienia tych całek w zastosowaniu do zagadnień wielowymiarowych. W niedawnej pracy (wspólnej z M. Bobieńskim) „A counterexample to a multidimensional version of the weakened Hilbert’s 16th problem”, Moscow J. Math 7 (2007), 1–20, H. Żołądek podał przykład wielomianowego zaburzenia hamiltonowskiego układu na płaszczyźnie w R^4 , z nieskończoną liczbą cykli granicznych na powierzchni niezmienniczej zbiegających do pętli separatrys.

2. Osobliwości i bifurkacje pól wektorowych. Praca H. Żołądka na ten temat dotycząca postaci normalnej Bogdanova-Takensa pola wektorowego na płaszczyźnie z nilpotentną częścią liniową $\dot{x} = y, \dot{y} = x^2 + axy + \dots, a \neq 0$, a także z pierwszymi nieznikającymi wyrazami nieliniowymi stopnia wyższego niż 2, „The analytic and formal normal form for the nilpotent singularity” (wspólna z E. Stróżyńską), J. Diff.Eq. (2002), 58 stron, miała „featured review” w Math. Rev. jako praca o wyjątkowym znaczeniu. Razem z innymi pracami Żołądka i Stróżyńskiej, praca ta rozwiązuje do końca problem analitycznej i formalnej klasyfikacji osobliwości z nilpotentną częścią liniową.

3. Krzywe i hiperpowierzchnie niezmiennicze dla zwyczajnych równań różniczkowych. Te badania H. Żołądka były m.in. inspirowane zainteresowaniami J.-M. Strelcyna. W pracy „Multidimensional Jouanolou system”, J. Reine Angew. Math. (2003), H. Żołądek udowodnił, że dla układu $\dot{x}_0 = x_n^s, \dot{x}_1 = x_0^s, \dots, \dot{x}_n = x_{n-1}^s$, dla dowolnych $s, n \geq 2$, nie ma takich hiperpowierzchni.

W pracy „Algebraic invariant curves for the Lienard equation” TAMS (1998) (featured review!), H. Żołądek rozwiązał problem istnienia algebraicznych krzywych niezmienniczych i algebraicznych cykli granicznych dla równania Liénarda $\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0$, gdzie f i g to wielomiany. Istnienie wielomianów f i g takich, że równanie Liénarda ma algebraiczne cykle graniczne, okazało się zależeć od ich stopni.

4. H. Żołądek coraz głębiej wchodzi w rzeczywistą i zespoloną geometrię algebraiczną. Należy tu wymienić pracę M. Borodzika, H. Żołądka „Complex algebraic plane curves via Poincaré-Hopf formula. I. Parametric lines” Pacific J. Math. 229 (2007), 307–338, gdzie sklasyfikowane zostały algebraiczne krzywe o zadanej i prostej topologii. Autorzy wprowadzają nową metodę: badanie pewnego pola hamiltonowskiego związanego z krzywą.

5. H. Żołądek pracował nad słynną hipotezą jakobianową: przekształcenie R^n (C^n) w siebie zadane n wielomianami o stałym niezerowym wyznaczniku jest odwracalne. Niestety tego zdradliwego problemu nie udało się H. Żołądkowi rozwiązać. Obecnie jego badania idą w kierunku szukania kontrprzykładów.

Zwracają też uwagę publikacje H. Żołądka dla szerszego grona matematyków i popularyzatorskie, np. artykuły w Delcie i obszerne artykuły w Wiadomościach Matematycznych:

- „Twierdzenia Atiyaha-Singera o indeksie i jego okolice” (2005),
- „Piąty problem milenijny: istnienie pola Yanga-Millsa i luka masowa” (2004),
- „Maxim Kontsevich i matematyka współczesna” (2002),
- „Matematyczne modele fizyki statystycznej” (1997),
- „Teoria Kolmogorova-Arnolda-Mosera i ograniczone zagadnienie trzech ciał” (1990).

H. Żołądek kieruje zakładem Układów Dynamicznych w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego. Prowadzi seminarium zakładowe (które rozpoczęło działać jeszcze w latach 60. pod kierunkiem K. Krzyżewskiego i W. Szlenka)

H. Żołądek opiekował się i opiekuje licznymi studentami i doktorantami. Wkłada w to ogromnie dużo pracy i czasu. Jego wychowankami, z którymi pracował i pracuje, którzy pod jego opieką napisali doktorat, są m.in. Ewa Stróżyna, Maciej Borodzik, Marcin Bobieński, Grzegorz Świrszcz, Tomasz Maszczyk.

Na rok akademicki 2007/2008 H. Żołądek szykuje niespodziankę, wykład monograficzny: Matematyczne aspekty kwantowej teorii pola i teorii strun.

Feliks Przytycki