Stanisław Hartman

# List do prof. J. Mioduszewskiego (z 1.X.1989)

Drogi Kolego,

Przeczytałem pracę Waraszkiewicza. Jej wyników przedtem nie znałem i nie spotkałem ich w literaturze, w szczególności w książce J.-P. Kahane'a *Séries de Fourier absolument convergentes* (Springer, 1970). Szeregi Fouriera absolutnie zbieżne leżą w centrum uwagi klasycznej analizy harmonicznej. Twierdzenie Wienera głoszące, że tworzą one algebrę z punktowym mnożeniem (algebra Fouriera czyli $A(T)$), do której wraz z $f$ należy $1/f$, jeśli tylko $f \neq 0$ wszędzie, uogólnione później na grupy abelowe zwarte ($A(G)$), dało początek teorii algebr Banacha (twierdzenia Mazura i Gelfanda). Zajmowano się jednak bardziej warunkami należenia funkcji do $A(T)$ niż zbieżnością lepszą od absolutnej, to jest

$$(*) \qquad \sum |a_n|^\varrho < \infty \qquad \text{dla } \varrho < 1.$$

Sam nie przypominam sobie twierdzeń o takiej zbieżności poza tymi, które wynikają z niemal trywialnych oszacowań, jak zbieżność szeregu $\sum |a_n|^\varrho$ dla funkji klasy $C_k$ przy $\varrho \geqslant 1/k$, $k = 1, 2, \ldots$

Uważam, że wyniki Waraszkiewicza są godne przypomnienia, a dowody są ładne. Jest to ilościowe wzmocnienie dobrze znanego twierdzenia Zygmunda *), które ma to samo założenie, co *Théorème* na pierwszej stronicy u Waraszkiewicza, ale w tezie tylko zbieżność absolutną (tj. dla $\varrho = 1$). W oryginalnej pracy Zygmunda, cytowanej przez Waraszkiewicza, teza jest naprawdę nieco inna, mniej przejrzysta, ale zbieżność absolutna wynika z niej od razu, natomiast $(*)$ z $\varrho < 1$ nie wynika z niej przy żadnym $\alpha$. To twierdzenie Zygmunda cytowane jest we wspomnianej książce Kahane'a (w nieco innej formie) wraz z pokrewnymi twierdzeniami Bernsteina i Steczkina, które też dają warunki na to, by $f$ miało absolutnie zbieżny szereg Fouriera (i tylko tyle).

Przy końcu pracy Waraszkiewicz daje uproszczony dowód pewnego twierdzenia Hardy'ego o absolutnej zbieżności szeregów Fouriera funkcji spełniających warunek Lipschitza w sensie normy $L^p$.

W pracy są dwie omyłki:

1) na str. 277 w wierszu czwartym w pierwszym czynniku po lewej stronie nierówności pod znakiem $\sum$ powinno być $\varrho_n^k$, a nie $\varrho_n^2$;
2) na str. 278 w wierszu 10 powinno być $\alpha p > 1$, a nie $\alpha p < 1$.

---

*) Twierdzenie, które wzmacnia Waraszkiewicz, znajduje się w monografii Antoniego Zygmunda *Trigonometrical Series*, Monografie Matematyczne, Warszawa–Lwów 1935, na str. 136, a na str. 138 tamże jest odsyłacz do pracy Waraszkiewicza. (Przypis – J. M.)

Ponadto:

- na str. 277 w wierszu ósmym niewyraźnie wydrukowany jest wykładnik przy $N$. Jest on $1 - k - \alpha k/2$;
- na tejże stronicy w wierszu szóstym od dołu po prawej stronie nierówności niewyraźnie wydrukowany jest wykładnik przy liczbie 2. Powinno być $\nu(1 - k - \alpha k/2)$.

O Waraszkiewiczu nic bliższego nie wiem. Nie przypominam sobie, żebym chodził na jego wykłady lub seminaria. Należał on do pokolenia matematyków warszawskich lokującego się między moim (Charzyński, Zahorski) a biologicznie poprzedzającym moje (Knaster, Kuratowski). Nikt już z tego pokolenia nie żyje. Oczywiście znałem Waraszkiewicza, ale nie byłem z nim w bliższych stosunkach. Wspominałem Panu w Krakowie o moim z nim spotkaniu wkrótce po wojnie. Powiedział mi wtedy, że zajmuje się m.in. funkcjami prawie okresowymi i proponował mi współpracę. Niedługo potem umarł.

Będę się pytał topologów o niego i o jego pracę. Może gdzieś jest wydrukowana jego bibliografia, a może też biografia. Gdy tylko będę coś wiedział, napiszę.

Serdecznie pozdrawiam

Stan Hartman