ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXVII (2001)

S. Balcerzyk (Toruń)
B. Kamiński (Toruń)

Edward Sąsiada (1924–1999)

Profesor Edward Sąsiada urodził się 18 marca 1924 roku we Lwowie. Po ukończeniu szkoły podstawowej w roku 1936 do chwili wybuchu wojny uczęszczał do Państwowego Gimnazjum nr I we Lwowie, a następnie w latach 1939–1941 do VII Szkoły Średniej. Podczas okupacji niemieckiej był zatrudniony jako uczeń w Warsztatach Samochodowych (HKP) we Lwowie. Po powtórnym zajęciu Lwowa przez wojska radzieckie został powołany do pracy w Remontowej Fabryce Czołgów, w której pracował do czasu repatriacji w 1946 roku. Razem z rodzicami został repatriowany do Gliwic i tu, po roku nauki w liceum ogólnokształcącym, uzyskał świadectwo dojrzałości.

Edward Sąsiada studiował matematykę na Uniwersytecie Wrocławskim w latach 1947–1952, uzyskując w dniu 25.06.1952 r. stopień magistra matematyki na podstawie pracy *O dzieleniu i rozspajaniu przez zbiory domknięte* wykonanej pod kierunkiem profesora Bronisława Knastera.

W roku 1952 przeniósł się z Wrocławia do Torunia wraz z profesorem Jerzym Łosiem, który w tym czasie rozpoczął organizowanie zespołu badawczego o tematyce algebraicznej.

Edward Sąsiada początkowo pracował jako asystent przy Katedrze Matematyki UMK, a następnie w 1953 roku rozpoczął pracę w nowo utworzonym Toruńskim Oddziale Instytutu Matematycznego PAN, gdzie był zatrudniony do czasu przejścia na emeryturę w 1994 r. Prowadził także wykłady monograficzne i seminaria w Instytucie Matematyki UMK.

W roku 1959 uzyskał stopień doktora na podstawie rozprawy *O rozszczepialności grup mieszanych* napisanej pod kierunkiem profesora J. Łosia.

W 1961 r. habilitował się na podstawie rozprawy *Pierścienie proste i radykalne w sensie Jacobsona* i uzyskał stanowisko docenta w IM PAN, a tytuł profesora nadzwyczajnego w 1967 roku.

Początkowo Edward Sąsiada współpracował z profesorem Jerzym Łosiem. Wspólną dziedziną ich badań była teoria grup abelowych. Nawiązanie kontaktów z matematykami węgierskimi Tiborem Szele i Laszlo Fuchsem, aktywnie pracującymi w tej dziedzinie, bardzo ożywiło działalność zespołu toruńskiego.

Pierwsze prace Edwarda Sąsiady [1]–[4] poświęcone są specjalnym problemom strukturalnym. Prace [5], [6] mają nieporównywalnie większą wagę i poświęcone są jednemu z podstawowych problemów teorii grup abelowych – opisowi grup nierozkładalnych. Zasadniczą metodą stosowaną w tej teorii (także w teorii modułów i innych teoriach algebraicznych) jest rozkładanie grupy na sumę prostą lub produkt dwóch lub więcej jej podgrup. Klasyczne twierdzenie Stickelbergera orzeka, że grupa (abelowa) o skończonej liczbie generatorów ma rozkład jednoznaczny, z dokładnością do izomorfizmu, na sumę prostą grup cyklicznych nierozkładalnych (tzn. nie mających nietrywialnego rozkładu na sumę prostą). Składniki cykliczne nierozkładalne są izomorficzne bądź z grupą liczb całkowitych, bądź z grupą reszt liczb całkowitych modulo potęgi liczb pierwszych.

Aczkolwiek żaden odpowiednik twierdzenia Stickelbergera nie zachodzi dla dowolnych grup (nie każda grupa jest sumą prostą grup nierozkładalnych), to jednak w bardzo naturalny sposób wyłania się problem opisu grup nierozkładalnych.

Łatwo zauważyć, że nierozkładalne są grupy Prüfera $C(p^\infty)$ pierwiastków z jedynki stopni $p, p^2, p^3, \ldots$ (względem mnożenia) dla dowolnej liczby pierwszej p. Grupy cykliczne rzędu p^n i grupy Prüfera są jedynymi nierozkładalnymi grupami torsyjnymi. Pozostałe grupy nierozkładalne są beztorsyjne i ich listę rozpoczynają podgrupy addytywnej grupy liczb wymiernych. Przykład beztorsyjnej przeliczalnej grupy nierozkładalnej, nie będącej podgrupą grupy liczb wymiernych, pierwszy podał Levi w 1917 r.; inny przykład skonstruował L. Pontriagin w 1934 r. W 1937 r. R. Baer zauważył, że grupa addytywna całkowitych liczb p-adycznych $\widehat{\mathbb{Z}}_p$, która jest mocy $2^{\aleph_0}$, jest nierozkładalna (gdyż $\widehat{\mathbb{Z}}_p/{}_p\widehat{\mathbb{Z}}_p$ jest grupą cykliczną rzędu p); tę samą własność ma każda serwantna podgrupa grupy $\widehat{\mathbb{Z}}_p$ (tzn. podgrupa H spełniająca warunki $H \cap n\widehat{\mathbb{Z}}_p = nH$ dla wszystkich liczb całkowitych n). Otrzymano więc znaczny zasób grup nierozkładalnych dowolnej mocy $\leqslant 2^{\aleph_0}$, natomiast nie wiadomo było, czy istnieją grupy nierozkładalne mocy większej niż $2^{\aleph_0}$.

Barierę mocy $2^{\aleph_0}$ przekroczył Edward Sąsiada w pracach [5] i [6], konstruując najpierw grupę nierozkładalną mocy $2^{2^{\aleph_0}}$, a następnie grupy nierozkładalne mocy $2^{2^{\aleph_0}}, 2^{2^{2^{\aleph_0}}}, \ldots$ W konstrukcji wykorzystał bardzo istotne wysubtelnienia procedur poprzednio stosowanych przez Pontriagina i Bognara oraz twierdzenie Łosia o homomorfizmach nieskończonych produktów grup beztorsyjnych. Badania te były kontynuowane przez A. L. S. Cornera, L. Fuchsa, J. de Groota, A. Hulanickiego i doprowadziły do konstrukcji grup nierozkładalnych dowolnej mocy mniejszej od pierwszego mocno nieosiągalnego alefa.

Praca [11] ma bardzo rozległe powiązania; pośrednio wywodzi się z problemu K. Borsuka, który pytał, czy jeśli przestrzeń topologiczna X jest homeomorficzna z retraktem przestrzeni Y, a przestrzeń Y jest homeomorficzna z retraktem przestrzeni X, to przestrzenie X i Y mają izomorficzne grupy kohomologii. Pytanie to umieścił S. Eilenberg na swej liście problemów w 1949 r., a I. Kaplansky w swej monografii *Abelian Groups* z 1954 r. przeformułował je jako tzw. *First Test Problem*: czy jeśli grupa X jest izomorficzna ze składnikiem prostym grupy Y i grupa Y jest izomorficzna ze składnikiem prostym grupy X, to grupy X i Y są izomorficzne? Jeśli o grupach X, Y założyć dodatkowo, że są skończenie generowane, to odpowiedź pozytywna jest oczywista. W pracy [11] Edward Sąsiada podał negatywne rozwiązanie tego problemu, a więc także i problemu Borsuka, konstruując odpowiednie grupy beztorsyjne i wykorzystując przy tym własny wynik o tzw. grupach wąskich z pracy [7]. Orzeka on, że grupa przeliczalna, beztorsyjna i zredukowana G jest wąska, tzn. każdy homomorfizm produktu $\prod_{u=1}^{\infty} \mathbb{Z}e_n$ nieskończonych grup cyklicznych $\mathbb{Z}e_n$ w taką grupę G ma wartość 0 na prawie wszystkich elementach e_n.

Wynik ten był wielokrotnie wykorzystywany w pracach innych autorów, a pojęcie grupy wąskiej było modyfikowane na wiele sposobów.

Inne zastosowanie wyniku z pracy [7] zawarte jest w pracy [8], w której wykazano, że jeśli grupa beztorsyjna ma rozkład na produkt grup rangi 1, to rozkład ten jest jednoznaczny z dokładnością do izomorfizmu. Wynik ten stanowi rozwiązanie jednego z problemów A. G. Kurosza.

Prace [1], [9] poświęcone są endomorfizmom grup. Podano rozwiązanie dwóch problemów L. Fuchsa: skonstruowano dwie takie grupy, których pierścienie endomorfizmów nie są izomorficzne, lecz izomorficzne są grupy addytywne tych pierścieni oraz przykład grupy nierozkładalnej, której addytywna grupa endomorfizmów jest rozkładalna.

Prace [4], [21] są poświęcone zagadnieniu rozszczepialności grup. Podgrupa $T(G)$ grupy G, składająca się z wszystkich elementów skończonego rzędu, nie jest na ogół składnikiem prostym (tzn. G na ogół nie rozszczepia się). Grupa ilorazowa $H(G) = G/T(G)$ jest zawsze beztorsyjna. W pracach [4], [21] podaje się warunki na grupę torsyjną T, beztorsyjną H takie, że izomorfizmy $T \approx T(G)$, $H \approx H(G)$ implikują, iż grupa $T(G)$ jest składnikiem prostym grupy G.

Najważniejszy wynik pracy [14], to dowód, że w grupie (nieabelowej) wolnej o przynajmniej trzech wolnych generatorach istnieją częściowe uporządkowania nie mające przedłużenia do pełnych uporządkowań; oczywiście żąda się zgodności relacji porządkującej $\leqslant$ z działaniem grupowym: jeśli $a \leqslant b$, to $ac \leqslant bc$ i $ca \leqslant cb$.

Następne prace [12], [13], [15] poświęcone są teorii radykałów pierścieni. W pracy [12] podano anons rozwiązania dawno postawionego problemu istnienia pierścienia prostego (o niezerowym mnożeniu) radykalnego w sensie Jacobsona.

Przypomnijmy, że pierścień (nie zakłada się istnienia jedynki) jest prosty, jeśli jedynymi jego ideałami obustronnymi są ideał zerowy i cały pierścień. Radykałem Jacobsona pierścienia R jest przekrój wszystkich modularnych maksymalnych prawostronnych ideałów (prawostronny ideał $I \subset R$ jest modularny, jeśli istnieje element $a \in R$ taki, że $x - ax \in I$ dla wszystkich $x \in R$). Edward Sąsiada skonstruował taki pierścień wykorzystując pewne podalgebry algebry szeregów formalnych dwóch nieprzemiennych zmiennych o współczynnikach z ciała dwuelementowego. Wynik ten uzyskał w czasie pobytu w Moskwie i przedstawił w dniu 20 grudnia 1960 r. na zebraniu Moskiewskiego Towarzystwa Matematycznego. Jest on często cytowany. Spotkał się on z dużym zainteresowaniem i uznaniem specjalistów, o czym świadczy m.in. fakt, że wobec przedstawienia w pracy [12] jedynie krótkiej informacji o wyniku, bez dowodu najistotniejszego kroku, dopiero w kilka lat później prof. P. M. Cohn nakłonił Edwarda Sąsiadę do opublikowania pełnego opisu konstrukcji, przygotowując uproszczoną i nieco uogólnioną wersję podstawowego lematu. W ten sposób powstała praca [15] z 1967 r., w której autorzy wymieniani są w bardzo rzadkim porządku niealfabetycznym (E. Sąsiada, P. M. Cohn).

W pracy [13] podano negatywne rozwiązanie problemu Kurosza: Czy radykał Jacobsona jest górnym radykałem (w sensie Kurosza) wyznaczonym przez klasę wszystkich prostych pierścieni prymitywnych?

W drugiej połowie lat sześćdziesiątych Edward Sąsiada zajął się nową dziedziną matematyki – teorią ergodyczną. W roku akademickim 1968/69 zainicjował wykład monograficzny i seminarium z tej dziedziny, przeznaczone dla studentów i pracowników ówczesnego Instytutu Matematyki. Przez wiele lat seminarium to odbywało się w kawiarni „Zamkowej”. Uczestnikami tego seminarium byli m.in. M. Binkowska, Z. Bobiński, P. Jarek, L. Jeśmanowicz, B. Kamiński, A. Kłopotowski, J. Kwiatkowski, F. Maniakowski, K. Parczyk i J. Sikorski. Niezależnie od tego profesor Sąsiada zaczął wykładać teorię prawdopodobieństwa. Z jego inicjatywy A. Kłopotowski podjął w roku 1972 studia doktoranckie w Pracowni Instytutu Matematycznego PAN w Sopocie w zakresie teorii prawdopodobieństwa. Po uzyskaniu tam w 1975 r. stopnia doktora kontynuował badania w Instytucie Matematyki

UMK wciągając do współpracy A. Jakubowskiego, M. Raczyńską (Kobus) i Z. Szewczaka, a później L. Słomińskiego.

Głównym problemem badawczym nurtującym Edwarda Sąsiadę była klasyfikacja teorio-miarowych układów dynamicznych. Podjęcie tego problemu przez J. Kwiatkowskiego w zakresie układów z dyskretnym widmem zaowocowało w 1972 roku jego rozprawą doktorską ([D3]). Niezwykle ambitny zamiar Edwarda Sąsiady przeprowadzenia pełnej klasyfikacji układów Bernoulliego za pomocą entropii niestety nie został uwieńczony sukcesem. Dokonał tego wybitny specjalista amerykański D. S. Ornstein w 1970 roku.

Zagadnieniu klasyfikacji topologicznych układów dynamicznych była poświęcona praca [18], w której został podany pełny układ niezmienników topologicznej sprzężoności monotonicznych homeomorfizmów odcinka.

W roku 1972 uwagę Edwarda Sąsiady przyciągnął nowo zdefiniowany przez J. P. Conze'a niezmiennik izomorfizmu wielowymiarowych układów dynamicznych (działań grupy $\mathbb{Z}^d$ na przestrzeniach probabilistycznych Lebesgue'a). W swej pracy [C] Conze rozważał m.in. działania grupy $\mathbb{Z}^d$ ze ściśle dodatnią entropią i pytał, czy takie układy mają widmo przeliczalnie krotne lebesgue'owskie. Praca [16] zawiera pozytywną odpowiedź na to pytanie, przy czym kluczowy pomysł, należący do Profesora, polegał na skonstruowaniu specjalnego pozaskończonego ciągu rozbić mierzalnych, a także na zastosowaniu „relatywnego spojrzenia" na klasyczne twierdzenie Rochlina–Sinaja. Zdefiniowane w tej pracy pojęcie domknięcia Pinskera rozbicia niezmienniczego (aktualna nazwa: relatywnego faktora Pinskera) było bardzo owocne. Wprowadziło ono do tematyki badań prowadzonych w zespole toruńskim relatywne spojrzenie na klasyczną teorię ergodyczną i wykorzystanie tej metody w badaniach.

Warto podkreślić, że taka metoda była niezależnie stosowana przez wybitnego francuskiego specjalistę J. P. Thouvenota, znanego m.in. z jego zrelatywizowanej teorii izomorfizmu układów Bernoulliego. Metoda ta była wykorzystywana m.in. w rozprawie doktorskiej [D4] drugiego z autorów tego artykułu.

Wielowymiarowym układom symbolowym poświęcone są prace [19] i [20]. W pracy [19] dowodzi się, że jeśli rodzina funkcji dwóch zmiennych przebiegających przestrzeń fazową układu (zwana specyfikacją) jest taka, że każda funkcja należąca do tej rodziny jest monotoniczną granicą funkcji ciągłych, to rodzina taka wyznacza miarę probabilistyczną na przestrzeni fazowej. Rezultat ten jest uogólnieniem wyniku uzyskanego w roku 1968 przez Dobruszina.

W pracy [20] został podany przykład pokazujący, że dowolnie zadana specyfikacja może nie wyznaczać żadnej miary probabilistycznej.

Wymienione wyżej prace stanowiły fragment zainteresowania Edwarda Sąsiady fizyką.

Inną publikacją związaną z tą dziedziną jest praca [17], w której wprowadza on pojęcie entropii stanu statystycznego logiki kwantowej i pokazuje, że jest ona nierosnącą funkcją czasu, jeśli ewolucja stanów w czasie spełnia własność Markowa.

W związku z tą publikacją warto zapoznać się z pracą [I] R. S. Ingardena zawierającą komentarz do wyżej wymienionej publikacji Edwarda Sąsiady.

Pod kierunkiem Profesora w zakresie omawianej tematyki została napisana rozprawa doktorska [D5] K. Parczyk.

Na początku lat osiemdziesiątych Profesor Sąsiada wraz z grupą współpracowników zajął się jednym z klasycznych problemów teorii operatorów liniowych i ciągłych przestrzeni Banacha, a mianowicie problemem istnienia nietrywialnych domkniętych podprzestrzeni niezmienniczych. Osoby zainteresowane tym problemem odsyłamy do literatury specjalistycznej (np. [E], [R], [RR]), a także do autobiografii [H] P. R. Halmosa. Tej tematyce Edward Sąsiada poświęcił wykład monograficzny w roku akademickim 1978/79.

Niestety, badania te przerwała choroba Profesora, która już go nie opuściła i uniemożliwiła prowadzenie dalszych badań.

Życie Profesora Sąsiady było poświęcone głównie pracy badawczej. Z reguły atakował trudne problemy. Chętnie współpracował z innymi i dzielił się swoimi pomysłami. Cechowała go bezpośredniość, prostota i trzeźwy stosunek do otaczającej rzeczywistości.

Zajęcia kursowe nie były jego pasją, chociaż prowadził je sumiennie. Natomiast wykłady monograficzne, a także seminaria związane z nowymi dziedzinami jego zainteresowań prowadził z prawdziwym entuzjazmem.

Warto podkreślić, że wykład E. Sąsiady z teorii prawdopodobieństwa był w środowisku toruńskim pierwszym nowoczesnym wykładem z tej dziedziny.

Można podziwiać odwagę Profesora podjęcia przez niego tematyki badawczej w dziedzinach matematyki tak bardzo odległych od algebry, jak teoria ergodyczna i mechanika statystyczna, po czterdziestym roku życia. Uzyskał on szereg interesujących wyników w tych dziedzinach, ale, co może jest jego jeszcze większym osiągnięciem, dzięki swojemu talentowi jako badacza i życzliwemu stosunkowi do ludzi znalazł uczniów, którzy kontynuowali jego badania. Aktualnie istniejące zespoły na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu: zespół teorii ergodycznej i układów dynamicznych kierowany przez prof. J. Kwiatkowskiego oraz zespół teorii prawdopodobieństwa kierowany przez prof. A. Jakubowskiego, prowadzą badania naukowe na poziomie światowym.

Poza wymienionymi pozaalgebraicznymi dziedzinami matematyki Profesor przez dłuższy okres czasu współpracował z toruńskimi fizykami, szczególnie z prof. R. S. Ingardenem. Poza pracą naukową żywo interesował się filozofią i zagadnieniami politycznymi. Ponadto lubił zajmować się fotografiką.

W pamięci kolegów i uczniów pozostanie zamyślona twarz Profesora z nieodłącznym papierosem w ręku.

W okresie swej działalności naukowej uczestniczył wielokrotnie w zjazdach i sympozjach, zarówno w kraju jak i za granicą. W latach 1950–1970 kilkakrotnie był na Węgrzech, gdzie podjął współpracę z matematykami węgierskimi. W latach 1960–61 przebywał na krótkich stażach naukowych na Uniwersytecie im. Łomonosowa w Moskwie, a w roku 1965 w USA na University of Chicago. W roku 1964 uczestniczył w Międzynarodowym Kongresie Matematycznym w Sztokholmie.

W roku 1964 Edward Sąsiada otrzymał indywidualną nagrodę Ministra Szkolnictwa Wyższego za rozprawę habilitacyjną, a w 1995 r. honorowe członkostwo Polskiego Towarzystwa Naukowego za wybitne zasługi dla nauki polskiej. W tym samym roku Rektor i Senat UMK przyznali mu medal „Za zasługi położone dla rozwoju Uczelni".

Profesor Edward Sąsiada zmarł 23 lutego 1999 roku w wieku 74 lat i został pochowany na cmentarzu św. Jerzego w Toruniu.

Prace doktorskie wykonane pod kierunkiem Profesora Sąsiady

[D1] R. Kiełpiński, *O charakteryzacji i strukturze modułów P-serwantnie iniektywnych*, 1967.

[D2] T. Sekou, *Slender semigroups, slender modules and slender rings*, 1970.

[D3] J. Kwiatkowski, *Własności spektralne i klasyfikacyjne nieergodycznych układów dynamicznych z widmem dyskretnym*, 1972.

[D4] B. Kamiński, *Entropia i koalescentność abelowych grup automorfizmów przestrzeni Lebesgue'a*, 1975.

[D5] K. Parczyk, *Twierdzenie ergodyczne fizyki statystycznej układów nieskończonej ilości cząstek*, 1982.

[D6] A. Jakubowski, *Twierdzenia graniczne dla sum zależnych zmiennych losowych o wartościach w przestrzeniach Hilberta*, 1983.

Pod kierownictwem Prof. Sąsiady wykonano 31 prac magisterskich.

Lista publikacji Profesora Sąsiady

[1] *On abelian groups every countable subgroup of which is an endomorphic image*, Bull. Acad. Polon. Sci. 2 (1954), 359–362.

[2] *On the bases of modules over a principal ideal ring*, Bull. Acad. Polon. Sci. 3 (1955), 477–478 (współautor: A. W. Mostowski).

[3] *On abelian groups with hereditarily generating systems*, Publ. Math. 4 (1956), 351–356 (współautorzy: J. Łoś, Z. Słomiński).

[4] *An application of Kulikov's basic subgroups in the theory of abelian mixed groups*, Bull. Acad. Polon. Sci. 4 (1956), 411–413.

[5] *Construction of a direct indecomposable abelian group of a power higher than that of the continuum*, Bull. Acad. Polon. Sci. 5 (1957), 701–703.

[6] *Construction of directly indecomposable abelian groups of power higher than that of the continuum. II*, Bull. Acad. Polon. Sci. 7 (1959), 23–26.

[7] *Proof that every countable and reduced torsion-free abelian group is slender*, Bull. Acad. Polon. Sci. 7 (1959), 143–144.

[8] *On the isomorphism of decompositions of torsion-free abelian groups into complete directs sums of groups of rank one*, Bull. Acad. Pol. Sci. 7 (1959), 145–149.

[9] *On two problems concerning endomorphism groups*, Ann. Sci. Budapest. de Rolando Eötvös Nominatae 2 (1959), 65–66.

[10] *The complete direct sums of torsion-free abelian groups of rank* 1 *which are separable*, Bull. Acad. Polon. Sci. 8 (1960), 1–2 (współautorka: M. Król).

[11] *Negative solution of I. Kaplansky's first test problem for abelian groups and a problem of K.Borsuk concerning cohomology groups*, Bull. Acad. Polon. Sci. 9 (1961), 331–334.

[12] *Solution of the problem of existence of simple radical ring*, Bull. Acad. Polon. Sci. 9 (1961), 257.

[13] *A note on Jacobson radical*, Bull. Acad. Polon. Sci. 9 (1962), 421–423 (współautor: A. Suliński).

[14] *Note on orderable groups*, Ann. Univ. Sci. Budapest. de Rolando Eötvös Nominatae 7 (1964), 13–17 (współautor: L. Fuchs).

[15] *An example of a simple radical ring*, J. Algebra 5 (1967), 373–377 (współautor: P. M. Cohn).

[16] *Spectrum of abelian groups of transformations with completely positive entropy*, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976), 683–689 (współautor: B. Kamiński).

[17] *A notion of entropy which does not increase*, Rep. Math. Phys. 10 (1976), 129–130.

[18] *On the conjugacy of homeomorphisms of unit interval*, Comment. Math. Prace Mat. 19 (1977), 365–371 (współautor: P. Jarek).

[19] *On the existence of random fields with prescribed conditional probabilities*, Comment. Math. Prace Mat. 21 (1979), 247–251 (współautor: P. Jarek).

[20] *On the existence of random fields specified by a specification*, Comment. Math. Prace Mat. 23 (1983), 117–120 (współautor: P. Jarek).

[21] *Some remarks on the splitting problem for mixed abelian groups*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 36 (1988), 383–389.

[22] *Jerzy Łoś*, Nauka Polska 3 (1971), 113–116.

[23] *Podstawowe pojęcia algebry homologicznej*, Warszawa–Wrocław–Kraków, 1962 (współautor: S. Balcerzyk).

Prace cytowane innych autorów

[C] J. P. Conze, *Entropie d'un groupe abélien de transformations*, Z. Wahrsch. Verw. Geb. 35 (1972), 11–30.

[E] P. Enflo, *On the invariant subspace problem for Banach spaces*, Acta Math. 158 (1987), 213–313.

[H] P. R. Halmos, *I want to be a mathematician*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo, 1985.

[I] R. S. Ingarden, *Comments on the Kolmogorov–Sinai–Sąsiada entropy and the quantum information theory*, Rep. Math. Phys. 10 (1976), 131–135.

[R] C. J. Read, *A solution to the invariant subspace problem on the space* l_1, Bull. London Math. Soc. 17 (1985), 305–317.

[RR] H. Radjavi, P. Rosenthal, *Invariant Subspaces*, Ergeb. Math. Grenzgeb. 77, Springer-Verlag, New York–Heidelberg, 1973.