ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXV (1999)

Zofia Szmydt (Warszawa)

Bogdan Ziemian (1953–1997)

Bogdan Ziemian urodził się 28 kwietnia 1953 r. w Jeleniej Górze. W latach 1968–72 uczęszczał do Liceum im. Władysława Jagiełły w Płocku. W 1972 r. rozpoczął studia matematyki na Wydziale Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, które od r. 1974 odbywał pod kierunkiem naukowym profesor Zofii Szmydt. W r. 1976 złożył do druku swe pierwsze prace [1, 2], kończąc w ciągu czterech lat studia uniwersyteckie (o pięcioletnim programie) i uzyskując dyplom z wyróżnieniem. Promotorem pracy magisterskiej była Z. Szmydt, a recenzentem profesor Jacek Szarski.

Od r. 1976 Bogdan Ziemian pracował w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk (IM PAN) z roczną przerwą na służbę wojskową. W r. 1981 otrzymał stopień naukowy doktora na podstawie rozprawy *Dystrybucje niezmiennicze i ich zastosowania w równaniach różniczkowych.* Promotorem była Z. Szmydt, a recenzentami prof. Andrzej Pliś i doc. Tadeusz Bałaban. Praca została uznana za wyróżniającą.

Jako pracę habilitacyjną przedstawił zespół prac [12–14]. Na podstawie opinii profesorów Jana Kisyńskiego, Hikosaburo Komatsu i Stanisława Łojasiewicza oraz po kolokwium habilitacyjnym przed Radą Naukową IM PAN otrzymał stopień naukowy doktora habilitowanego w r. 1986. W roku 1993 otrzymał tytuł profesora.

Główny nurt pracy naukowej Bogdana Ziemiana stanowiły równania różniczkowe. W zależności od ich postaci i aktualnych, istotnych dla nich problemów wypracowywał nowe oryginalne metody wchodzące w zakres szeroko rozumianej analizy matematycznej: teorii grup Liego, analizy zespolonej i analizy funkcjonalnej, teorii dystrybucji i hiperfunkcji. Był obdarzony wielką intuicją i wyobraźnią geometryczną i analityczną. Uderzający był jego dar nowego spojrzenia na znane fakty, który prowadził go do zaskakujących a prostych i owocnych pomysłów. Jednym z charakterystycznych rysów jego twórczości było odkrywanie powiązań między dotychczas oddzielnie traktowanymi teoriami dzięki osiągnięciu głębokiego ich zrozumienia w procesie twórczym wymagającym wysokiego stopnia koncentracji.

Szereg jego prac wnoszący istotny wkład w teorię dystrybucji i transformacji całkowych powstał przy budowaniu aparatu matematycznego do badań osobliwych równań różniczkowych cząstkowych (osobliwych RRCz) – głównego pola jego badań naukowych. Przewidywał skuteczność tych metod i istotnie okazały się one właściwym narzędziem. Pełna realizacja wysuwanych przez niego prostych idei wymagała często jeszcze wielu pomysłów teoretycznych i pokonania wielu trudności technicznych związanych ze złożonością zagadnień, którymi się zajmował.

Zilustruję ten proces na przykładzie pracy [12] uogólniającej klasyczny wzór Taylora na dystrybucje. Pomysł tego uogólnienia pojawił się w wyniku spojrzenia Ziemiana na wzór Taylora jako na rozkład spektralny na funkcje x^α, $\alpha \in \mathbb{C}$ (funkcje własne operatora $x\frac{d}{dx}$) modulo funkcje płaskie. W przypadku funkcji gładkiej f rozkład spektralny zawiera tylko całkowite nieujemne potęgi x i miarą spektralną

$$S^r = \sum_{j=0}^{r-1} \frac{f^{(j)}(0)}{j!}\delta_j, \qquad r \in \mathbb{N},$$

jest miara Diraca skoncentrowana w $\mathbb{N}_0$;

$$f(x) = S^r[x^\alpha] + R^r(x) = \sum_{j=0}^{r-1} \frac{f^{(j)}(0)}{j!}x^j + R^r(x), \qquad \text{gdzie } R \in O(x^r).$$

We wzorze Taylora dla dystrybucji Mellina $f \in M'(\{0 < x \leqslant 1\})$

$$f = S^r[x^\alpha_{M_+}] + R^r, \qquad r \in \mathbb{R}_+,$$

S^r jest hiperfunkcją spektralną w zmiennej α, $x^\alpha_{M_+}$ i R^r są dystrybucjami w zmiennej x; $x^\alpha_{M_+}$ jest rozszerzeniem funkcji x^α; płaskość reszty R^r powiązana jest ze zbiorem holomorficzności jej transformacji Mellina.

Odkrywcze powiązanie teorii transformacji Mellina i teorii hiperfunkcji pozwoliło na nowe spojrzenie na pojęcie różniczkowalności (por. [14]), a w [13] pojawiło się już zastosowanie do badania osobliwości rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych o gładkich współczynnikach. Otrzymanie wyników zawartych w pracach [12–14] nie było łatwe, a ich przeniesienie na przypadek wielowymiarowy (por. [19]) wymagało wypracowania wielowymiarowej analizy mellinowskiej, wyróżnienia klasy dystrybucji dopuszczających uogólniony rozkład Taylora (por. [19, 23, 24]), stosowania aparatu hiperfunkcji z użyciem nietrywialnych środków z zakresu teorii funkcji wielu zmiennych zespolonych, między innymi zmodyfikowanej transformacji Cauchy'ego (por. [30] i [34]). Bogdan Ziemian odkrył związki między teoriami transformacji Mellina, transformacji Borela, teorią uogólnionych funkcji gładkich i funkcji wypływających (resurgentnych) J. Ecalle'a (por. [27] i Appendix w [34]). Jego teoria uogólnionych rozwinięć Taylora daje naturalną interpretację transformacji Borela.

Równolegle do tworzenia aparatu matematycznego i jego teoretycznych podstaw przedstawiał Ziemian jego zastosowania w badaniu regularności rozwiązań osobliwych równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych poczynając od pracy [13], a następnie w pracach [17, 23, 27] oraz w pracach [20, 22, 25] (wspólnych z Z. Szmydt) dotyczących równań typu Fuchsa. Wyniki te weszły do monografii [34], którą rozpoczyna wykład przestrzeni wielowymiarowych dystrybucji Mellina i ich transformacji Mellina, a także wykład twierdzeń typu Paleya–Wienera.

Niezwykła przenikliwość związana ze zdolnością głębokiego rozumienia doprowadziła go dalej do nowych idei dla subtelniejszego badania regularności rozwiązań równań typu Fuchsa w pracach [32, 33], w których specjalną rolę odegrał symbol operatora. W pracy [35] wprowadził nowe reprezentacje całkowe rozwiązań podstawowych dla pewnej klasy operatorów $P(D)$ o stałych współczynnikach, które odkryły pewne ich własności niewidoczne ze wzorów klasycznych, w których całkowania omijały zbiór $\operatorname{char} P = \{z \in \mathbb{C}^n : P(z) = 0\}$. W dokonaniu tego istotną rolę odegrała geometria zespolonego zbioru charakterystycznego operatora P. Pracy [35] będzie poświęcony artykuł [C3], zamieszczony w tomie *Ann. Polon. Math.* dedykowanym B. Ziemianowi.

W dalszym ciągu omówię krótko w porządku chronologicznym pewne etapy pracy naukowej Bogdana Ziemiana.

Prace [1, 2, 4, 6] i [46]* dotyczyły dystrybucji niezmienniczych ze względu na działanie grupy Liego. W pracy [4], w której G jest dowolną spójną grupą Liego, scharakteryzowane są G-niezmiennicze dystrybucje określone na pewnym podzbiorze Λ G-rozmaitości M przy pomocy dystrybucji na przestrzeni orbit Λ/G. Ponieważ takie przestrzenie mogą nie być przestrzeniami Hausdorffa, określenie dystrybucji na nich wymagało specjalnych konstrukcji i autor uzyskał je wprowadzając tzw. podziały Hausdorffa dla tych przestrzeni. Jedną z ważnych konsekwencji tej charakteryzacji jest twierdzenie, że każda G-niezmiennicza dystrybucja jest słabą granicą ciągu G-niezmienniczych funkcji gładkich na Λ. Drugim podstawowym wynikiem jest twierdzenie, że G-niezmiennicza dystrybucja u na Λ może być przedstawiona w postaci $u = Pf$, gdzie P jest niezmienniczym operatorem różniczkowym klasy C^∞ i f jest ciągłą G-niezmienniczą funkcją. Inną charakteryzację dystrybucji niezmienniczych względem działania zwartej grupy Liego daje praca [6]. Kluczowym pomysłem było wprowadzenie przestrzeni topologicznej, której

*Praca [46], napisana w r. 1981, pozostała w maszynopisie w Rozprawach Doktorskich IM PAN. Została przekazana do druku w *Ann. Polon. Math.* w r. 1999.

„wnętrze” jest rozmaitością z wyróżnionym operatorem eliptycznym L, i zdefiniowanie klasy funkcji gładkich jako funkcji, których obraz pod działaniem dowolnej iteracji L jest ciągły na całej przestrzeni. Zastosowanie twierdzenia o regularności dla operatorów eliptycznych pozwala określić wzajemnie jednoznaczną odpowiedniość między gładkimi funkcjami niezmienniczymi i tak zdefiniowanymi funkcjami gładkimi na przestrzeni orbit. Charakteryzacja jest następnie rozszerzona na przypadek dystrybucji niezmienniczych. Na uwagę zasługuje wprowadzona metoda definiowania funkcji gładkich na pewnych przestrzeniach topologicznych za pomocą operatora eliptycznego bez odwoływania się do lokalnych układów współrzędnych.

W pracy [46], która wraz z [4] i [5] stanowiła jego rozprawę doktorską, badał problem przedłużalności dystrybucji niezmienniczej względem grupy Liego ze zbioru orbit maksymalnego wymiaru na całą przestrzeń.

Praca [5] jest jedną z serii [3, 5, 7–10, 15, 16, 18] poświęconych operatorom różniczkowym liniowym P o współczynnikach wielomianowych i niezmienniczych względem formy $S_{p,q} = \sum_{i=1}^{n} x_i^p - \sum_{i=1}^{m} y_i^q$. Wśród nich znajdują się operatory ultrahiperboliczne i ich iteracje. Metoda wyznaczenia rozwiązań równań $Pu = \delta$, $Pu = 0$, zastosowana w [5], polega na sprowadzeniu do jednowymiarowego przypadku (jak to zrobił Gårding dla operatora ultrahiperbolicznego $\Box$). W tym celu zastosowana jest operacja K uśrednienia funkcji gładkich po hiperpowierzchniach $S_{p,q}(x, y) = s_0$. Główną trudnością, spowodowaną ogólniejszą postacią operatora P, jest wykazanie gładkości operacji K. Udało się to zrobić przez dobranie specjalnych rozkładów jedności. Metoda ta pozwala podać efektywne wzory na rozwiązania podstawowe klasycznych operatorów niezmienniczych. W pracy [10] P jest operatorem różniczkowym liniowym na rzeczywistej analitycznej rozmaitości X takim, że $P(f \circ F) = Qf \circ F$, gdzie Q jest operatorem różniczkowym zwyczajnym z analitycznymi współczynnikami, którego punkty osobliwe są regularne, a F jest funkcją rzeczywistą, analityczną na X. Dla każdego (izolowanego) punktu krytycznego z funkcji F i dla dowolnej dystrybucji v F-niezmienniczej konstruuje się lokalnie F-niezmiennicze rozwiązanie u równania $Pu = v$ w postaci szeregu F-niezmienniczych dystrybucji.

Następnie zainteresowania naukowe Ziemiana przesunęły się w kierunku bardzo aktualnej analizy mikrolokalnej. Punktem wyjścia była jego rozprawa habilitacyjna [12–14], którą wraz z kilkoma związanymi z nią pracami omówiłam krótko na początku, dla określenia pola działania Autora i zbliżenia do jego myśli twórczej i procesu tworzenia. Dodam tu tylko zdanie prof. H. Komatsu (wybitnego specjalisty japońskiego z teorii hiperfunkcji i operatorów różniczkowych osobliwych): „I started to read his papers only recently and was fascinated at once”. Podobne wrażenie wywarły one na prof. A. Plisiu.

Omówię teraz dokładniej, wspomnianą przy okazji pracy [13], pracę [25], w której została zastosowana transformacja Mellina do badania równania

$Ru = f$, gdzie R jest eliptycznym operatorem typu Fuchsa rzędu m o gładkich współczynnikach w otoczeniu zera. Praca ta dotyczy istnienia rozwiązań u mających określoną regularność w pobliżu wierzchołka O oktantu $\mathbb{R}^n_+$ na „zakrzywionych stożkach” $\Gamma \subset \mathbb{R}^n_+$ mających skończony rząd styczności do ścian oktantu. Regularność jest mierzona w skali $M'^{s}_{(\omega)}$, $\omega \in \mathbb{R}^n$, $s \in \mathbb{R}$ (typu Sobolewa) wprowadzonej w przestrzeni dystrybucji Mellina $M'_{(\omega)}$, s mierzy wzrost transformacji Mellina $\mathcal{M}u$ dystrybucji Mellina u wzdłuż hiperpłaszczyzn urojonych, przy czym dystrybucje z przestrzeni $M'^{s_1}_{(\omega)}$ są bardziej regularne niż należące do $M'^{s_2}_{(\omega)}$, gdy $s_1 < s_2$. $\mathcal{M}u(z)$ jest funkcją holomorficzną dla $\operatorname{Re} z < \omega$. Przez zapis $f \in M'^{s}_{(\omega)}$ *Γ-lokalnie w zerze* będziemy rozumieć, że istnieje funkcja wycinająca κ (związana odpowiednio ze stożkiem Γ) taka, że $\kappa f \in M'^{s}_{(\omega)}$. Z głównego twierdzenia pracy [25] wynika, że dla każdej takiej dystrybucji f istnieje $v \in M'^{s-m}_{(\omega)}$ Γ-lokalnie taka, że $Rv = f$ w sąsiedztwie zera w Γ.

W następnych pracach [29, 32, 33] podjął Ziemian ambitny program pełnego opisu regularności rozwiązań eliptycznych operatorów różniczkowych typu Fuchsa (*elliptic corner operators*) zajmując się jednocześnie regularnością rozwiązań w skali $M'^{s}_{(\omega)}$, ale nadto ujmując rozwinięcia Taylora rozwiązań w wierzchołku stożka w zmiennej radialnej, czyli tzw. asymptotykę radialną. Osiągnięcie tych wyników wymagało dalszego, głębszego niż w pracy [25], wyspecjalizowania aparatu analizy mellinowskiej. Ze względu na konieczność wprowadzenia pewnych podprzestrzeni przestrzeni dystrybucji Mellina i określenia pewnych zbiorów związanych z operatorami różniczkowymi odsyłamy Czytelnika do artykułu [C1], w którym profesor Henryk Kołakowski przedstawia ponadto wyniki wspólnej z B. Ziemianem pracy [28]. Zawiera ona prosty, oparty na transformacji Mellina dowód podstawowego twierdzenia J. M. Bony'ego o propagacji 2-mikrolokalnych osobliwości. Na zakończenie pobieżnego omówienia tej ważnej grupy prac, które w znacznej swej części weszły do książki [34], wspomnę w sposób jakościowy o pewnym wyniku pracy [33] dotyczącym równań postaci $R\big(x_1, x_2, x_1\frac{\partial}{\partial x_1}, x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\big)u = 0$ z eliptycznym symbolem $R(x_1, x_2, \zeta_1, \zeta_2)$. Rozwiązania u takich równań na stożkach właściwych w $\mathbb{R}^2_+$ nie mają rozwinięć dyskretnych względem zmiennej radialnej, mają natomiast rozwinięcia „ciągłe”, których gęstościami są dystrybucje o nośnikach w pewnych półprostych wyznaczonych przez symbol operatora. Jest to jeden z przykładów realizacji myśli Ziemiana, która mu przyświecała od początku pracy nad osobliwymi RRCz – odczytywania własności ich rozwiązań z symbolu operatora. Rozwijające się w latach osiemdziesiątych badania mikrolokalnych osobliwości dystrybucji opierały się o techniki transformacji Fouriera. Ziemian zauważył, że właściwsza do tego celu jest transformacja Mellina i dlatego rozbudował jej aparat, którego skuteczność potwierdziły prace [28, 29, 32, 33].

J. N. Pandey recenzując monografię [34] (por. Zbl 771 #35002 (1993)) zwrócił uwagę na stosowane tam nowe wyspecjalizowane techniki z analizy funkcjonalnej, na dobieranie przestrzeni funkcji uogólnionych, w których poszukuje się rozwiązań równań typu Fuchsa, na różne twierdzenia typu Paleya–Wienera i ich zastosowania. Zdaniem recenzenta książka ta daje dobrą informację o RRCz typu Fuchsa i może służyć jako podstawa specjalistycznych wykładów na wyższym poziomie. Norbert Ortner w swej recenzji (por. Math. Rev. 94b:46064 (1994)) oprócz wyników dotyczących osobliwych RRCz podkreśla staranne rozwinięcie teorii n-wymiarowych dystrybucji Mellina w $(0,t]^n$ i ich charakteryzację (twierdzenia typu Paleya–Wienera), ustalenie związków pomiędzy transformacją Mellina i transformacją Fouriera–Mellina, które były dotychczas traktowane oddzielnie.

Wszystkie najważniejsze funkcje specjalne są blisko związane z rozwiązaniem, oznaczanym tradycyjnie przez ${}_1F_1(a,c;z)$, równania różniczkowego hipergeometrycznego konfluentnego, zwanego też równaniem Kummera (por. [34, 39, 41]):

$$y\frac{d^2f}{dy^2} + (c-y)\frac{df}{dy} - af = 0. \tag{1}$$

Można je zapisać (w odpowiednich zmiennych) w postaci $\int_0^\infty x^\alpha \, d\mu(\alpha)$ dla $x > 0$, z pewnymi miarami $d\mu$ na $(0,\infty)$. Na funkcje te spojrzał Ziemian jak na „ciągły” analog szeregu potęgowego reprezentującego funkcje analityczne i, podobnie jak przy uogólnianiu wzoru Taylora w [12], zastąpił miary $d\mu$ przez ogólniejsze obiekty działające na funkcje $\mathbb{R} \ni \alpha \mapsto x^\alpha$ przy ustalonym $x > 0$. Najwłaściwszym wyborem była tu przestrzeń dystrybucji Laplace'a $L'_{(\omega)}(\overline{\mathbb{R}}_+)$, $\omega \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$, będąca podprzestrzenią przestrzeni dystrybucji $D'(\overline{\mathbb{R}}_+)$. Dystrybucja T należy do $L'_{(\omega)}(\overline{\mathbb{R}}_+)$, jeśli dla każdego $\kappa < \omega$ istnieją $m_\kappa \in \mathbb{N}$ oraz mierzalne funkcje $T_{j,\kappa}$ na $\mathbb{R}$ z nośnikiem w $\overline{\mathbb{R}}_+$ $(0 \leqslant j \leqslant m_\kappa)$ takie, że

$$\begin{gathered} |T_{j,\kappa}(\alpha)| \leqslant C_\kappa e^{-\kappa\alpha} \quad \text{dla } 0 < \alpha < \infty, \\ T = \sum_{j=0}^{m_\kappa} \left(\frac{d}{d\alpha}\right)^j T_{j,\kappa} \quad \text{w } L'_{(\kappa)}(\overline{\mathbb{R}}_+). \end{gathered} \tag{2}$$

Następująca definicja podana przez Ziemiana jest podstawowa dla pracy [39].

Definicja. *Uogólnioną funkcją analityczną* (UFA w skrócie) typu $\overline{\mathbb{R}}_+$ o promieniu zbieżności ρ nazywamy funkcję postaci

$$u(x) = T[x^\alpha] \quad \text{dla } 0 < x < \rho,$$

gdzie $T \in L'_{(\omega)}(\overline{\mathbb{R}}_+)$ działa na funkcję $\mathbb{R} \ni \alpha \mapsto x^\alpha$, $\rho = e^\omega$.

Dla stwierdzenia poprawności tej definicji wystarczy obrać dowolnie x, $0 < x < e^{\omega}$, a następnie κ, $\ln x < \kappa < \omega$, i korzystając z (2) zauważyć, że $|T_{j,\kappa}(\alpha)x^{\alpha}| \leqslant C_{\kappa}e^{-\alpha(\kappa-\ln x)}$ dla $0 < \alpha < \infty$. Stąd wynika

$$\sum_{j=0}^{m_\kappa}\left(\frac{d}{d\alpha}\right)^j T_{j,\kappa}[x^{\alpha}] = \sum_{j=0}^{m_\kappa}(-\ln x)^j \int\limits_0^\infty T_{j,\kappa}(\alpha)x^{\alpha}\,d\alpha$$

z całką bezwzględnie zbieżną.

Definicja ta została jeszcze uogólniona przez zastąpienie T przez sumę skończonej liczby dystrybucji Laplace'a T_k, $\operatorname{supp} T_k \subset Z_k \overset{\text{def}}{=} \zeta_k + \mathbb{R}_+$, gdzie $\zeta_k \in \mathbb{C}$, $k = 0, 1, \ldots, b$. W [39] znajdują się też charakteryzacje w terminach transformacji Mellina zarówno UFA jak i funkcji analitycznych, które pojawiły się już w monografii [34]. Ponadto została przeniesiona na przypadek n-wymiarowy definicja UFA przez przyjęcie w zapisie wektorowym tego samego wzoru $u(x) = T[x^{\alpha}]$ dla $T \in L'_{(\omega)}(\overline{\mathbb{R}}^n_+)$. Badaniu UFA wielu zmiennych poświęcony jest §18 pracy [39]. Jego podbudowę stanowią prace [44, 43] dotyczące dystrybucji Laplace'a jedno- i wielowymiarowych.

Ważnym podzbiorem klasy UFA są funkcje wypływające J. Ecalle'a. Pojawiają się one jako rozwiązania osobliwych równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych.

Zauważmy, że równanie Kummera (1) ma regularny punkt osobliwy w zerze, a nieregularny punkt osobliwy w ∞. Po zmianie zmiennej $x = e^{-y}$, a następnie po podzieleniu przez $-\ln x$ nieregularny punkt osobliwy w ∞ równania (1) przechodzi w regularny punkt osobliwy w zerze równania

$$\left(x\frac{d}{dx}\right)^2 u + \left(x\frac{d}{dx}\right)u + \frac{c}{\ln x}\left(x\frac{d}{dx}\right)u + \frac{a}{\ln x}u = 0, \tag{3}$$

którego współczynniki są UFA, gdyż $(-\ln x)^{-1} = \int_0^\infty x^{\alpha}\,d\alpha$ dla $0 < x < 1$.

Paragraf 16 pracy [39] poświęcony jest badaniu RRZw typu Fuchsa ze współczynnikami z klasy UFA, a §19 dotyczy liniowych eliptycznych RRCz o współczynnikach z UFA. Uogólnionym funkcjom analitycznym Ziemiana poświęcony jest artykuł [C2].

Prace [39, 35]* dały impuls do pisania drugiej monografii (z Z. Szmydt) pt. *Laplace distributions in one and several variables.* Celem jej miało być przedstawienie w sposób dostępny dla doktorantów pewnych wyników tych prac oraz wypracowanie dalszego aparatu matematycznego potrzebnego do planowanych przez Ziemiana badań nieliniowych RRCz. Główne wyniki dwóch rozdziałów tej książki ukazały się w pracach [44] i [43], wspólnych z Z. Szmydt. Dotyczyły one teorii dystrybucji Laplace'a (w $\overline{\mathbb{R}}_+$ i w $\overline{\mathbb{R}}^n_+$ odpowiednio) traktowanych z dwóch punktów widzenia: analizy funkcjonalnej

*Praca [39], wydana w r. 1996, powstała w formie preprintu w r. 1992. Późniejsza od niej była więc praca [35] z r. 1994.

oraz teorii hiperfunkcji. W pracach tych zostały wykazane twierdzenia typu Martineau–Harveya ustalające izomorfizm topologiczny pomiędzy przestrzeniami dystrybucji Laplace'a traktowanymi jako przestrzenie dualne do przestrzeni funkcji próbnych Laplace'a a pewnymi przestrzeniami ilorazowymi funkcji holomorficznych eksponencjalnego wzrostu, będących podprzestrzeniami hiperfunkcji Laplace'a (a więc twierdzenia o topologicznym zanurzeniu przestrzeni dystrybucji Laplace'a w przestrzeń hiperfunkcji Laplace'a).

W dniu 10 marca 1997 Bogdan Ziemian uzupełnił spis treści planowanej książki o dwa dalsze rozdziały:

I. Resurgent distributions and hyperfunctions.

II. Paley–Wiener type theorems for the Laplace and Mellin transformations:

- a) the case of Laplace hyperfunctions;
- b) the case of Laplace distributions;
- c) the case of resurgent distributions and hyperfunctions.

Zwrócił też moją uwagę na pewne wzory ze swego najnowszego preprintu [P2] przypominające formalnie wzory z pracy [43]. Preprint ten zawierał ciekawą i naturalną ideę zdefiniowania hiperfunkcji wypływających (resurgentnych), wychodzącą z odpowiednio zdefiniowanych regularyzacji funkcji meromorficznych. Z [P2] wiążą się zagadnienia poruszone w [P3].

Dynamicznie rozwijającej się twórczości naukowej Bogdana Ziemiana towarzyszyła jego aktywność w ogólnopolskim środowisku matematycznym. Pełnił w nim różne ważne funkcje. Był członkiem sekcji Komitetu Badań Naukowych PAN, a także Sekretarzem Rady Naukowej Międzynarodowego Centrum Matematycznego im. Stefana Banacha. Był członkiem Rady Naukowej Instytutu Matematycznego PAN oraz Rady Naukowej Centrum Badań Nieliniowych im. Juliusza Schaudera w Toruniu. Był kierownikiem Zakładu Równań Różniczkowych IM PAN, a w r. 1995 został wybrany na zastępcę dyrektora ds. naukowych IM PAN. Był członkiem komitetów redakcyjnych *Annales Polonici Mathematici* oraz *Banach Center Publications.*

W okresie swojej działalności naukowej był wielokrotnie zapraszany przez prestiżowe ośrodki matematyczne w świecie, m.in. przez Instytut Mittag-Lefflera w Sztokholmie, Instytut Badań Matematycznych (Mathematisches Forschungsinstitut) w Oberwolfach oraz przez uniwersytety w Uppsali, Genewie, Toronto, San Francisco, Cambridge i jako „visiting professor" w Tokio i w Tours.

Jako przewodniczący „Steering Committee" serii konferencji z analizy matematycznej, organizowanych przez European Science Foundation, zorganizował w r. 1995 konferencję poświęconą lokalnym osobliwościom rozwiązań nieliniowych i osobliwych równań różniczkowych cząstkowych (*Local*

Singularities of Solutions to Nonlinear and Singular PDE's), która zgromadziła najwybitniejszych matematyków pracujących na tym polu. Bogdan Ziemian był jednym z twórców teorii osobliwych liniowych RRCz i jednym z najwybitniejszych w świecie specjalistów w tej dziedzinie.

Na każdym stanowisku, które zajmował, wykazywał dużo inicjatywy nie szczędząc własnej pracy. Nie uchylał się od przyjmowania nowych obowiązków, by służyć dobru matematyki polskiej, jej rozwojowi i utrzymywaniu jej dobrego imienia w świecie.

Był współorganizatorem trzech semestrów w Międzynarodowym Centrum Matematycznym im. Stefana Banacha: *Równania Różniczkowe Cząstkowe* w r. 1990, i *Osobliwości i Równania Różniczkowe* w r. 1993 oraz *Geometria Różniczkowa i Fizyka Matematyczna* w r. 1995.

Był jednym z inicjatorów stworzenia Międzynarodowego Studium Doktoranckiego w IM PAN, dla którego wraz z doc. Romanem Dwilewiczem opracował program.

Jako zastępca dyrektora do spraw naukowych IM PAN opracował program przeciwdziałania odpływowi najzdolniejszych młodych matematyków z Polski przez uruchomienie specjalnych stanowisk naukowo-badawczych oraz wprowadzenie modyfikacji premii w zależności od wyników pracy.

Zainicjował nowe formy ogólnopolskiej aktywności matematycznej.

Pierwszą z nich było zorganizowanie wraz z profesorem S. Janeczko i doc. B. Jakubczykiem Sympozjów Matematycznych, odbywających się raz w miesiącu w Centrum Banacha. Celem ich było zapoznawanie ogólnopolskiego środowiska matematyków i fizyków teoretycznych z osiągnięciami nauki polskiej w tych dziedzinach przez przedstawianie najciekawszych wyników polskich uczonych wybranych i zaproszonych przez Komitet Organizacyjny Sympozjum.

Drugą formą było tzw. Seminarium Krakowsko-Warszawskie zbierające się co miesiąc na dwa dni robocze na przemian w Krakowie i w Warszawie. Łączyło ono dwie specjalności. Jedną z nich była geometria analityczna (Kraków), reprezentowana przez profesora S. Łojasiewicza i jego uczniów oraz profesora T. Winiarskiego, drugą teoria osobliwości operatorów różniczkowych (Warszawa), reprezentowana przez profesorów B. Ziemiana, B. Jakubczyka, S. Janeczko, T. Mostowskiego, H. Żołądka i ich uczniów.

Trzecią formą było organizowanie szkół dla młodych matematyków, na które przyjeżdżali także profesorowie z różnych miast Polski, a czasem także zaproszeni specjaliści z zagranicy. Odbywały się one w różnych pięknych okolicach Polski zimą lub wiosną. W okresie zimowym przedpołudnia były przeznaczone na narty, a popołudnia na wykłady, odczyty, prezentowanie własnych wyników lub pomysłów. Dyskusje, czasem bardzo żywiołowe, przeciągały się nieraz do późnych godzin nocnych. Bardzo koleżeńska atmosfera sprzyjała głębszemu wejściu w istotę problemów i stosowanych metod.

Seminarium prowadzone przez B. Ziemiana przez wiele lat w IM PAN było forum, na którym budował teorię osobliwych RRCz, rozwiązując najaktualniejsze problemy i torując nowe kierunki badań. Czasem rozpoczynał seminarium od podania idei geometrycznej zagadnienia, szkicował spodziewane wyniki i sugerował metody. Kiedy indziej zaczynał od znanego prostego twierdzenia klasycznego, przechodził przez pewne etapy jego uogólnień, by dojść w aktualnie rozpatrywanej sytuacji, w sposób naturalny, do wprowadzenia stosownych przestrzeni i metod. Uczestnicy seminarium, którzy podjęli te tematy, mieli możność dyskutowania z nim indywidualnie, bez ograniczeń czasowych, uzyskując dalsze wskazówki potrzebne im dla przezwyciężenia trudności. Powstały tak prace dr Marii E. Pliś, w tym [42, 45] wspólne z Ziemianem, związane z równaniami różniczkowymi nieliniowymi, a także wspólna praca [40] Ziemiana i Nguyen Si Minh. Wprowadzone przez Ziemiana niezwykle oryginalne idee stanowiły punkt wyjścia dla dalszych uogólnień. Takie badania podjął Grzegorz Łysik, który większość swych prac przedstawiał na seminarium Ziemiana spotykając się z jego wnikliwymi uwagami.

Zawsze był gotowy do konsultacji. Rozległa i głęboka wiedza oraz zdolność szybkiego uchwycenia istoty problemu pozwalały mu pomagać także specjalistom z innych dziedzin matematyki i oceniać dalsze perspektywy ich pracy.

Jako recenzent prac doktorskich i habilitacyjnych był sprawiedliwy i wymagający. Utalentowanym matematykom ułatwiał kontakty z wybitnymi specjalistami z zagranicy, torując im wejście w szerszy świat matematyczny.

W roku akademickim 1991/92 prowadził wykład dla doktorantów Uniwersytetu Warszawskiego i IM PAN pisząc cały jego tekst (por. [P1]). Wykład ten zawierał wybrany materiał prowadzący od regularnych i osobliwych (semiliniowych) równań różniczkowych zwyczajnych do równań różniczkowych cząstkowych osobliwych. Odznaczał się jasnością idei geometrycznych wyników i stosowanych technik, korzystających z metod analizy zespolonej. Spotkał się z żywym zainteresowaniem nie tylko doktorantów, ale także pracowników naukowych IM PAN i UW.

Troszczył się też o popularyzację wygłaszając odczyty informacyjno-przeglądowe, mówiąc o trudnych teoriach w sposób zrozumiały dla szerszego kręgu słuchaczy, np. na zjazdach Polskiego Towarzystwa Matematycznego lub Ogólnopolskich Konferencjach Zastosowań Matematyki. W *Wiadomościach Matematycznych* zamieścił pracę [41] (wspólną z G. Łysikiem), dotyczącą teorii UFA z zastosowaniem do równań różniczkowych.

Dbał o poziom naukowy czasopism, w których był członkiem komitetu redakcyjnego. Wspólnie z R. Dwilewiczem zaproponował pewne zmiany w *Annales Polonici Mathematici* w celu zwiększenia konkurencyjności tego czasopisma na rynku wydawniczym. Redakcje renomowanych wydawnictw zagranicznych zwracały się do niego o opinie w sprawie wydania prac i książek.

Bogdan Ziemian był wielką indywidualnością twórczą. Miał wysokie poczucie obowiązku badacza naukowego i umiłowanie matematyki, którym promieniował. Dobrze zasłużył się Matematyce Polskiej, utrwalając jej sławę w świecie i dbając o jej rozwój w kraju. Wszyscy, którym dane było z nim współpracować, pamiętają jego niezwykłą uczynność, gotowość dzielenia się swoją wiedzą, pomysłami, czasem.

Był on nie tylko uczonym, ale też pełnym człowiekiem wielkiego formatu intelektualnego i duchowego, osadzonym mocno w najlepszych wartościach kultury polskiej i jej tradycji.

Interesował się fizyką teoretyczną, filozofią, teologią. Znał kilka języków obcych i stale poszerzał ich znajomość. Był wrażliwy na piękno natury, które utrwalał w znakomitych fotografiach. Kochał polską przyrodę, zwłaszcza Tatry i Suwalszczyznę, które przez wiele lat były ulubionymi miejscami jego krótszych i dłuższych pobytów. W Tatrach wciągnął się w narciarstwo i turystykę wysokogórską. Wędrował potem po Górach Rylskich, Alpach i Pirenejach. Wracał z tych pięknych miejsc świata (także Japonii, Chin, Norwegii) na Podhale lub na Suwalszczyznę, których kultura go zafascynowała, gdzie miał wielu przyjaciół. U górali miał swój pokoik na Gładkiem pod Gubałówką, a na Suwalszczyźnie własny mały domek, który sam wykańczał w drewnie, a postawił w pobliżu zaprzyjaźnionej rodziny mieszkającej tam od wielu pokoleń. Jeździł co roku do Kalwarii Zebrzydowskiej, by uczestniczyć wraz z mieszkańcami Podhala w Drodze Krzyżowej, zachowując post zupełny przez Wielki Czwartek i Wielki Piątek.

Był skromny, delikatny, o finezyjnym celnym dowcipie, czasem lekko ironicznym, lecz nigdy nie zawierającym złośliwości. Był stanowczy i odważny. W jego naturze było zakorzenione głęboko niesienie pomocy innym.

W dniu 13 marca 1997 r. w tragicznym wypadku, w którym znaleźli się we dwoje i w którym zginął, wyratował żonę.

Spis prac Bogdana Ziemiana

[1] *The group G of proper Lorentz transformations and G-invariant distributions*, Appendix w książce Z. Szmydt *Fourier transformations and linear differential equations*, PWN Warszawa i Reidel Publ. Co., Dordrecht, 1977, 464–471.

[2] *On distributions invariant with respect to some linear transformations*, Ann. Polon. Math. 36 (1979), 261–276.

[3] *Fundamental solution E_n of the operator $\partial^2/\partial t^2 - \Delta_n$ for $n \geqslant 3$* (z Z. Szmydt), ibid., 277–286.

[4] *On G-invariant distributions*, J. Differential Equations 35 (1980), 66–86.

[5] *Special solutions of the equations $Pu = 0$, $Pu = \delta$ for invariant linear differential operators with polynomial coefficients* (z Z. Szmydt), J. Differential Equations 39 (1981), 226–256.

[6] *Distributions invariant under compact Lie groups*, Ann. Polon. Math. 42 (1983), 175–183.

[7] *Fundamental solution for operators preserving a quadratic form* (z Z. Szmydt), ibid., 369–386.

[8] *A method for constructing invariant fundamental solutions for invariant operators* (z Z. Szmydt), w: Convergence and Generalized Functions (Katowice, 1983), IMPAN, Warszawa, 1984, 149–155.

[9] *A method for constructing invariant fundamental solutions for* $P(\Delta_m)$ (z Z. Szmydt), Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Ser. Mat.-Fiz. 48 (1986), 147–164.

[10] *Explicit invariant solutions for invariant linear differential operators* (z Z. Szmydt), Proc. Roy. Soc. Edinburgh 98 (1984), 149–166.

[11] *Local order function for homogeneous rotation invariant distributions and their multiplication* (z Z. Szmydt), Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska Sect. A 38 (1984), 139–143.

[12] *A Taylor type decomposition for distributions in one dimension*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 32 (1984), 143–155.

[13] *An analysis of microlocal singularities of functions and distributions on the real line*, ibid., 157–164.

[14] *The derivative of a measurable function and of a distribution at a point and its basic properties*, ibid., 165–177.

[15] *An invariance method for constructing fundamental solutions for* $P(\Box_{mn})$ (z Z. Szmydt), Ann. Polon. Math. 46 (1985), 333–360.

[16] *Singular ordinary differential equations on spaces of singular test functions with applications to invariant partial differential operators* (z Z. Szmydt), w: Дифференциальные уравнения и применения (Руссе, 1985), II, Высшее Техническое Училище, Руссе, 1987, 955–958.

[17] *The Mellin transformation and microlocal singularities of distributions*, ibid., 1005–1008.

[18] *Invariant fundamental solution of the wave operator* (z Z. Szmydt), Demonstratio Math. 19 (1986), 371–386.

[19] *Taylor formula for distributions in several dimensions*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 34 (1986), 277–286.

[20] *Multidimensional Mellin transformation and partial differential operators with regular singularity* (z Z. Szmydt), ibid. 35 (1987), 167–180.

[21] *Mellin analysis of singularities* (z G. Łysikiem), Proc. Internat. Summer School on Nonlinear Differential Equations (Varna, 1987).

[22] *Solutions of singular elliptic equations via the Mellin transformation on sets of high order of tangency to the singular lines* (z Z. Szmydt), Bull. Polish Acad. Sci. Math. 36 (1988), 521–535.

[23] *Taylor formula for distributions*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) 264 (1988).

[24] *The Mellin transformation and multidimensional generalized Taylor expansions of singular functions*, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. 36 (1989), 263–295.

[25] *Local existence and regularity of solutions of singular elliptic operators on manifolds with corner singularities* (z Z. Szmydt), J. Differential Equations 83 (1990), 1–25.

[26] *Mean value theorems for linear and semi-linear rotation invariant operators*, Ann. Polon. Math. 51 (1990), 341–348.

[27] *Generalized Taylor expansions and theory of resurgent functions of Jean Ecalle*, w: Generalized Functions and Convergence (Katowice, 1988), World Scientific Publ., Teaneck, 1990, 285–295.

[28] *Second microlocalization and the Mellin transformation* (z H. Kołakowskim), Publ. Res. Inst. Math. Sci. 26 (1990), 785–801.

[29] *Continuous radial asymptotics for solutions to elliptic Fuchsian equations in* 2 *dimensions*, w: Microlocal Analysis and its Applications (Kyoto, 1990), Sûrikaisekikenkyûsho Kôkyûroku 750, Kyoto, 1991, 3–19.

[30] *The modified Cauchy transformation with applications to generalized Taylor expansions*, Studia Math. 102 (1992), 1–24.

[31] *Characterization of Mellin distributions supported by certain noncompact sets* (z Z. Szmydt), ibid. 25–38.

[32] *Elliptic corner operators in spaces with continuous radial asymptotics I*, J. Differential Equations 101 (1993), 28–57.

[33] *Elliptic corner operators in spaces with continuous radial asymptotics II*, w: Partial Differential Equations, Banach Center Publications 27, IMPAN, Warszawa, 1992, 555–580.

[34] *The Mellin Transformation and Fuchsian Type Partial Differential Equations* (z Z. Szmydt), Math. Appl. (East European Ser.) 56, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1992.

[35] *Leray residue formula and asymptotics of solutions to constant coefficients PDEs*, Topol. Methods Nonlinear Anal. 3 (1994), 257–293.

[36] *Mellin analysis of singular and non-linear PDEs* (Equadiff 8, Bratislava, 1993), Tatra Mt. Math. Publ. 4 (1994), 243–248.

[37] *Exact radial asymptotics of solutions to singular elliptic differential equations* (z G. Łysikiem), w: Proceedings of the Fifth International Colloquium on Differential Equations (Plovdiv, 1994), VSP, Utrecht, 1995, 213–221.

[38] *Between the Paley–Wiener theorem and the Bochner tube theorem* (z Z. Szmydt), Ann. Polon. Math. 60 (1995), 299–304.

[39] *Generalized analytic functions with applications to singular ordinary and partial differential equations*, Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) 354 (1996).

[40] *A remark on Nilsson type integrals* (z Nguyen Si Minh), w: Singularities and Differential Equations, Banach Center Publ. 33, IMPAN, Warszawa, 1996, 277–285.

[41] *Uogólnione funkcje analityczne z zastosowaniami* (z G. Łysikiem), Wiadom. Mat. 32 (1996), 15–25.

[42] *Borel resummation of formal solutions to nonlinear Laplace equations in* 2 *variables* (z M. E. Pliś), Ann. Polon. Math. 67 (1997), 31–41.

[43] *Laplace distributions and hyperfunctions on* $\overline{\mathbb{R}}^n_+$ (z Z. Szmydt), J. Math. Sci. Univ. Tokyo 5 (1998), 41–74.

[44] *Topological imbedding of Laplace distributions in Laplace hyperfunctions* (z Z. Szmydt), Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) 376 (1998).

[45] *Convolution equations in the space of Laplace distributions* (z M. E. Pliś), Ann. Polon. Math. 69 (1998), 271–281.

[46] *Extendability of invariant distributions*, Ann. Polon. Math., w druku.

Preprinty Bogdana Ziemiana

[P1] 20 *lectures on ordinary and partial differential equations. Geometric methods of complex analysis*, IMPAN, Warszawa, 1992.

[P2] *Holomorphic regularization of meromorphic functions*, Université de Tours, 1996.

[P3] *Unfinished notes of Bogdan Ziemian*, IMPAN, Warszawa, 1999.

Prace cytowane

[C1] H. Kołakowski, *Mellin analysis of partial differential equations in papers of Bogdan Ziemian*, Ann. Polon. Math., w druku.

[C2] G. Łysik, *Generalized analytic functions of Bogdan Ziemian*, ibid.

[C3] G. Łysik, *Laplace integrals in partial differential equations in papers of Bogdan Ziemian*, ibid.