ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXV (1999)

Jacek Koronacki (Warszawa)

Robert Bartoszyński (1933–1998)

Robert Bartoszyński urodził się 9 lipca 1933 roku. Studia matematyczne na Uniwersytecie Warszawskim ukończył w roku 1955 (w tym samym roku zmarł w więzieniu we Wronkach jego ojciec, osadzony tam za rzekome szpiegostwo). Bezpośrednio po studiach rozpoczął pracę w Instytucie Matematycznym PAN, najpierw jako asystent i po doktoracie jako adiunkt. Doktorat obronił w roku 1959, wkrótce po powrocie z rocznego stażu w słynnym Laboratorium Statystycznym Uniwersytetu w Berkeley, założonym i przez wiele lat kierowanym przez Jerzego Neymana. Habilitował się w roku 1969 i w roku 1973 został docentem, wszystko w Instytucie Matematycznym PAN, gdzie zresztą zatrudniony był nieprzerwanie od chwili ukończenia studiów do roku 1985, a więc przez 30 lat. W roku 1972 objął kierownictwo nad Zakładem Zastosowań Probabilistycznych IM PAN, powstałym z Działu Statystyki Matematycznej, którego założycielem i pierwszym kierownikiem był prof. Marek Fisz. Tytuł profesora nadzwyczajnego uzyskał w roku 1973. W latach 1960–1962 był także zatrudniony na etacie adiunkta na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Uniwersytetu Warszawskiego (z tego etatu zrezygnował, gdy władze PAN zdecydowały, iż pracownicy Akademii mogą być zatrudnieni tylko na jednym etacie). W roku 1980 zaczęła się jego wędrówka po uniwersytetach USA, zakończona w roku 1983, tyle że nie powrotem na ulicę Śniadeckich, gdzie mieści się Instytut Matematyczny PAN, a pozostaniem na Uniwersytecie Stanu Ohio w Columbus. Tam pracował do samego końca. Umarł 17 stycznia 1998 roku. Chociaż Robert nie pozwalał o tym mówić, w tym miejscu trzeba wspomnieć, że przez cały czas pobytu w Stanach był człowiekiem tyleż aktywnym, twórczym i pracowitym, co bardzo ciężko chorym – w ciągu tych ostatnich kilkunastu lat pracę nieraz musiał na krótko przerwać, by pozwolić lekarzom wyrwać go niemal pewnej śmierci. Chorobie nie udało się zniweczyć jego sił twórczych, ale to ona chyba sprawiła, że na Śniadeckich już nie wrócił.

W roku 1951 Donsker opublikował swoją zasadę niezmienniczości, która uzmysłowiła wszytkim jak wielką rolę ma do odegrania w rachunku prawdopodobieństwa słaba zbieżność miar probabilistycznych. W roku 1956 Prochorow podał pierwsze twierdzenia wiążące względną zwartość rodziny miar z jędrnością tej rodziny (jak mówią niektórzy, gęstością). Tak uzyskaliśmy eleganckie i dogłębne wyjaśnienie, dlaczego słaba zbieżność skończenie wymiarowych rozkładów procesów losowych o realizacjach (na przykład) w przestrzeni funkcji ciąglych na przedziale $[0,1]$ z metryką jednostajną, $C([0,1])$, nie implikuje słabej zbieżności tych procesów. Zarazem jasne było, że rozkłady skończenie wymiarowe danego procesu wyznaczają jednoznacznie rozkład tego procesu. Powstało więc pytanie jak scharakteryzować słabą zbieżność ciągu procesów na $C([0,1])$ za pomocą ich rozkładów skończenie wymiarowych, tyle że rozpatrywanych równocześnie – biorąc jednocześnie pod uwagę wszystkie rozkłady skończenie wymiarowe i nakładając odpowiedni warunek jednostajności na ich zbieżność. W roku 1961 ukazała się praca Roberta Bartoszyńskiego [3], rozwiązująca ów problem w przypadku nieporównanie bardziej ogólnym, a mianowicie w przypadku miar probabilistycznych na metrycznej przestrzeni zupełnej i ośrodkowej (przy czym, jak zauważył w swojej pracy Autor, założenie zupełności można łatwo usunąć, nieznacznie tylko modyfikując dowody). Z twierdzeń ogólnych, dla miar na $C([0,1])$, otrzymał Bartoszyński taką charakteryzację słabej zbieżności:

Niech μ_0 *oraz* μ_n, $n = 1,2,\ldots$, *będą miarami probabilistycznymi na* $C([0,1])$ *i niech* $\mu_k^{t_1,t_2,\ldots,t_m}$, $k = 0,1,2,\ldots$, *oznacza* m*-wymiarowy rozkład procesu* $\xi_k(\cdot)$ *o mierze* μ_k *na* $C([0,1])$, $0 \leqslant t_1 < t_2 < \ldots \leqslant 1$. *Warunkiem koniecznym i wystarczającym słabej zbieżności miar* μ_n, $n = 1,2,\ldots$, *do miary* μ_0 *jest zachodzenie warunków*

$$\lim_{n\to\infty} \sup_m \sup_{t_1,\ldots,t_m} L(\mu_n^{t_1,\ldots,t_m}, \mu_0^{t_1,\ldots,t_m}) = 0,$$

gdzie $L(\cdot,\cdot)$ *jest odległością Prochorowa między dwiema miarami.*

Uzyskane wyniki weszły na stałe do książek na temat słabej zbieżności miar. Wspomnijmy jeszcze, że praca [3] poprzedzona była pracami [1], [2] i, przy okazji niejako, powstała też praca [6].

Młodym Bartoszyńskim, na studiach jeszcze, opiekował się prof. Marek Fisz, który też ściągnął Roberta do Instytutu Matematycznego na Śniadeckich, do prowadzonego przez siebie Działu Statystyki Matematycznej. W Instytucie spotkał tych, którym najbardziej na sercu leżały zastosowania matematyki – prof. Jana Oderfelda i, co prawda mieszkającego oczywiście we Wrocławiu, ale sprawującego pieczę nad wszystkimi matematykami PAN-owskimi, zajmującymi się zastosowaniami, prof. Hugona Steinhausa.

Ci trzej na pewno wywarli wpływ na młodego, znakomicie się zapowiadającego probabilistę. Czwartym był... William Feller, czy ściślej jego dzieło, które bez wątpienia współwyznaczyło naukową drogę Roberta, jego podejście do dydaktyki. Niezrównany kunszt warsztatowy Roberta, zdolność pięknego rachowania, głębia myśli probabilistycznej zostały wprzęgnięte do pracy w dziedzinie teorii procesów stochastycznych i, przede wszystkim, probabilistycznego modelowania zjawisk biologicznych. Świat zapamiętał Roberta jako znakomitego, a może wybitnego „bioprobabilistę".

Pracom nad modelami towarzyszyły znakomite prace metodologiczne (takie jak [5], [7], [8], [17], [18] i fundamentalna praca na temat redukowalności struktur statystycznych, [41]) oraz ważne lub bardzo ważne prace z dziedziny procesów stochastycznych, często inspirowane badaniami nad modelami biologicznymi: między innymi już wspomniane prace nad charakteryzacją słabej zbieżności; związane z modelowaniem epidemii prace dotyczące asymptotyki procesów gałązkowych ([10], [12]); zasada niezmienniczości dla błądzenia losowego „obserwowanego od czasu do czasu przez jakiś czas, być może za każdym razem innej długości, ale wspólnie ograniczony" ([24]); praca na temat prędkości zbieżności w słabym prawie wielkich liczb, rozwijająca wcześniejsze badania Erdősa, Hsu i Robbinsa oraz Révésza ([49]); analiza superkrytycznych, liniowych procesów urodzin i śmierci z katastrofami, prowadzącymi do wymarcia części populacji (zgodnie z rozkładem dwumianowym, w którym prawdopodobieństwo zabicia jednostki jest proporcjonalne do czasu, jaki upłynął od poprzedniej katastrofy – [57], [58]); analiza procesu kolejkowego z wykładniczym czasem między przybyciami klientów, wykładniczym czasem obsługi, gdy jedyna obsługująca maszyna pracuje, wykładniczym czasem pracy maszyny do jej zepsucia, wykładniczym czasem naprawy maszyny oraz stałym prawdopodobieństwem odejścia klienta podczas naprawy maszyny obsługującej ([62]).

Pierwszym dużym dziełem Roberta Bartoszyńskiego z dziedziny modelowania zjawisk biologicznych była analiza zjawiska epidemii choroby zakaźnej ([9], [10], [12]–[15], [22]). Modele klasyczne opierały się na procesach Markowa i założeniu proporcjonalności wiążącej liczbę nowych zachorowań w krótkim przedziale czasu zarówno z liczbą jednostek już zarażonych jak i narażonych na zarażenie. W modelach takich nie było praktycznej możliwości uwzględnienia geograficznej (czy innej) niejednorodności środowiska, w którym rozwija się epidemia. Teoretycznie można było przyjąć, że jednostki nie tylko różnią się stanem zdrowia, lecz należą ponadto do różnych „kategorii", ale prowadziło to do modeli zbyt złożonych, by można było wyciągnąć z nich jakieś wnioski. Wprowadzenie modeli opartych na procesach gałązkowych i podjęcie badań metodami właściwymi analizie takich procesów pozwoliło Bartoszyńskiemu podać wiele nowych wyników, opisujących warunki zaniku lub „zwycięstwa" (populacja zarażonych dąży do nieskończoności) epidemii. Bartoszyński uwzględniał przy tym albo migrację jednostek w środowisku, albo zmiany zaraźliwości w czasie rozwijania się epidemii, albo możliwość wykrycia choroby u jednostki i jej wyeliminowania z populacji. Na przykład, w tym ostatnim przypadku poczynione zostały następujące założenia:

- Każda zarażona jednostka przechodzi przez okres inkubacji o długości X, a następnie przez okres, w którym choroba jest zaraźliwa, o długości Y; dany jest łączny rozkład zmiennych X i Y.
- Podczas choroby, trwającej $X+Y$ (powiedzmy dni), choroba może zostać wykryta i jej nosiciel usunięty z populacji; warunkowe prawdopodobieństwo wykrycia danego dnia, pod warunkiem niewykrycia wcześniej, wynosi $1-\alpha$ podczas inkubacji i $1-\beta$ podczas fazy zaraźliwości choroby.
- Każdego dnia zaraźliwości, każda niewykryta jednostka spotyka K jednostek zdrowych, gdzie K jest zmienną losową o znanym rozkładzie i średniej r; liczby kontaktów w różnych dniach są niezależne i mają ten sam rozkład.
- Każdy kontakt ze zdrową jednostką prowadzi do zarażenia z prawdopodobieństwem γ, niezależnie od innych kontaktów.
- Opisane wyżej zdarzenia są niezależne dla różnych jednostek.

Podane założenia określają proces gałązkowy $\{Z_n\}$ liczby zarażonych jednostek w n-tym pokoleniu rozwoju epidemii. O procesie Z_n wiadomo, że

$$P\{\lim Z_n = 0 \text{ lub } \lim Z_n = \infty\} = 1.$$

Udowodnione w pracy [15] twierdzenie podaje warunek konieczny i wystarczający zaniku epidemii ($P\{\lim Z_n = 0\} = 0$), wiążący funkcję tworzącą rozkład łączny zmiennych X i Y oraz stałe α, β, γ i r. Warto tu zwrócić uwagę, że wielkości, w języku których wyrażony został wspomniany warunek konieczny i wystarczający, można w praktyce wyznaczyć. Prof. Bartoszyński zawsze przykładał ogromną wagę do tego, by jego analizy prowadziły do wyników mających rzeczywiście praktyczne znaczenie. W pracy [22] rozważony został model rozwoju epidemii niezależnie w grupach i zarażeń między grupami.

Nie sposób choć pobieżnie omówić wszystkie dziedziny, w których modele zaproponowane przez Profesora znalazły sobie trwałe miejsce w literaturze. Przykładowo, omawiając problematykę związaną z analizą rozwijania się epidemii pominęliśmy podany i zbadany w pracy [15] model rozprzestrzeniania się chorób niezakaźnych. Wspomnimy jednak jeszcze o procesach znanych dziś w literaturze pod nazwą *procesów Bartoszyńskiego*, czyli o procesach związanych z analizą niebezpieczeństwa wścieklizny. Chodzi tu o proces stochastyczny opisujący liczbę wirusów wścieklizny w centralnym układzie nerwowym człowieka zarażonego tą chorobą oraz o losowy moment wystąpienia pierwszych objawów choroby (ten moment może nigdy nie nastąpić). W największym skrócie, realizacje procesu liczby wirusów wzrastają skokami i maleją wykładniczo między skokami, przy czym szybkość malenia zmienia się w chwili szczepienia; wielkości skoków są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie; momenty skoków są także zmiennymi losowymi, przy czym intensywność skoków jest proporcjonalna do wartości procesu w danej chwili. W pracy [30] moment wystąpienia pierwszych objawów wścieklizny równy jest chwili przekroczenia przez proces liczby wirusów zadanego progu. W pracy [34] moment ten jest pierwszym zdarzeniem w pewnym procesie punktowym, którego intensywność jest proporcjonalna do wartości procesu liczby wirusów. Zasadnicze wyniki Prof. Bartoszyńskiego dotyczyły prawdopodobieństwa tego, że czas oczekiwania na wystąpienie pierwszych objawów choroby jest większy od zadanej wartości.

Wspomnimy także o pracach Profesora na polu modelowania interakcji między drapieżnikami i ofiarami ([35], [37] i [40]) oraz modelowania rozwoju nowotworu złośliwego (dalej zwanego rakiem; prace [15], [45], [47], [50]–[55] i [64]). W przypadku modelowania interakcji Prof. Bartoszyński, wspólnie z Wolfgangiem Bühlerem, rozważał dwa typy modeli. W pierwszym modelu liczebność ofiar rosła tylko w regularnie powtarzających się chwilach rozmnażania, przy czym każdy osobnik rozmnażał się niezależnie i zgodnie z tym samym rozkładem liczby dzieci, zadanym taką funkcją tworzącą f, że $f(0) > 0$ oraz $f'(1)$ ma znaną wartość. Między rozmnożeniami liczebność ofiar jest czystym liniowym procesem śmierci o intensywności będącej sumą dwóch składników, stałej i składnika proporcjonalnego do liczebności drapieżników. Proces drapieżników jest liniowym procesem urodzin i śmierci o stałych intensywnościach urodzin oraz śmierci i zależnej od czasu intensywności imigracji. Badania opierały się tu na własnościach Markowa i zauważeniu, że pewna funkcja liczebności ofiar jest martyngałem. W drugim modelu rozmnażanie się w danym momencie populacji ofiar opisane zostało za pomocą procesu Galtona-Watsona w losowym środowisku (z losowością „środowiska” wynikłą z działania drapieżników przed momentem rozmnożenia). W tym drugim modelu proces drapieżników nie musiał być procesem urodzin i śmierci z imigracją i ponadto proces ów mógł na liczebność ofiar wpływać inaczej niż w modelu pierwszym. Autorzy potrafili rozwiązać problem ze stacjonarnym i niestacjonarnym procesem zmiany środowiska. Zasadniczym przedmiotem rozważań była analiza prawdopodobieństwa przeżycia ofiar.

Badania nad rozwojem raka rozpoczął Prof. Bartoszyński wspólnie z Jamesem Thompsonem oraz współpracownikami tego ostatniego z Instytutu Raka w Houston (w swojej pracy korzystali także z bardzo dobrej bazy danych warszawskiego Instytutu Onkologii). Starając się te ogromnie istotne i rozległe badania zarysować w lapidarnym skrócie, trzeba przynajmniej wymienić zasadnicze kierunki badawcze: modelowanie wzrostu guza za pomocą wspólnej dla wszystkich guzów funkcji wzrostu (ale, w pracy [54], ze współczynnikiem skalującym różnym dla różnych pacjentów i opisywanym rozkładem gamma); poissonowski model chwili wykrycia guza z intensywnością proporcjonalną do jego wielkości; niestacjonarny poissonowski model chwil przerzutów; modyfikacje podanych modeli, wynikłe z obserwowanej niezgodności między obserwacjami rozwoju pewnych typów raka a wnioskami płynącymi ze stosowania tych modeli (prace [53] i [54]); wspólna z Premem S. Purim analiza modelu interakcji między liczebnością komórek rakowych oraz liczebnością antyciał ([50]).

Każdy z tych kierunków miał wielkie znaczenie dla lepszego zrozumienia rozwoju raka, zaś wyprowadzenie z przyjętych założeń o modelu interesujących twierdzeń wymagało zaangażowania do pracy umiejętności obliczeniowych Prof. Bartoszyńskiego. Każdy też kierunek był nadzwyczaj ciekawy. W przypadku modelowania wzrostu guza trzeba było umieć oszacować na podstawie obserwacji parametry funkcji wzrostu. Tymczasem guz był obserwowany tylko raz – w chwili jego wykrycia. Okazało się, że zadanie było rozwiązywalne dzięki temu, że chwila owa była losowa (wystarczało znać losowy rozmiar guza w owej chwili). Opracowane przez Bartoszyńskiego i in. pierwsze modele powstawania przerzutów implikowały, jak się okazało, że przerzuty powstają z dużym prawdopodobieństwem na krótko przed chwilą, w której guz staje się wykrywalny. To z kolei implikowało stosunkowo długi czas do wykrycia przerzutu (guz wtórny musiał urosnąć) i zarazem stymulowało badania nad poprawą metod (przyspieszeniem chwili) wykrycia guza pierwotnego. Przynajmniej w przypadku pewnych typów raka ów czas do kolejnego wykrycia guza okazał się zaskakująco krótki. Potrzebne były więc nowe modele, które nie tylko lepiej opisałyby takie typy raka, ale także może zasugerowały inny sposób walki z chorobą, nie przeceniający roli wczesnego usunięcia guza pierwotnego. Z kolei, opracowany z P. S. Purim model interakcji był niejako rozwinięciem prac nad drapieżnikami i ofiarami, gdzie interakcja była jednostronna – drapieżniki wpływały na ofiary, ale nie odwrotnie. W pracy [50] analiza prawdopodobieństwa zaniku komórek rakowych dotyczyła procesów wpływających na siebie wzajemnie.

Kończąc to niepełne i bardzo skrótowe spojrzenie na dorobek Prof. Bartoszyńskiego, niech mi wolno będzie poruszyć jeszcze trzy kwestie. Na początku lat siedemdziesiątych Prof. Bartoszyński zainteresował się teorią optymalnego zatrzymywania i w jej ramach zajął się modyfikacjami tzw. problemu sekretarki (w ujęciu podstawowym problem polega na wyborze najlepszej sekretarki, gdy zadana liczba kandydatek pojawia się na rozmowę kwalifikacyjną po kolei i w porządku losowym, przyjąć do pracy możemy tylko aktualnie egzaminowaną kandydatkę, zaś strategia zatrzymania procesu napływu kandydatek i wybrania ostatniej z tych, którym pozwoliliśmy się pojawić, powinna maksymalizować prawdopodobieństwo wyboru kandydatki najlepszej lub minimalizować oczekiwaną wartość rangi wybranej kandydatki (najlepsza kandydatka ma rangę 1, itd)). Owocem tego zainteresowania były nie tylko prace [31], [39] i [42], ale także taka tożsamość kombinatoryczna ([25]):

$$\frac{1}{\binom{m}{s}}\sum_{t=z}^{m-s}\frac{1}{t}\binom{m-t}{s}=\frac{1}{\binom{m}{z-1}}\sum_{k=s+1}^{m-z+1}\frac{1}{k}\binom{m-k}{z-1},$$

prawdziwa dla $0 \leqslant s < m$ oraz $z = 1, \dots, m-s$. Okazuje się, że obydwie strony tożsamości opisują to samo zdarzenie w pewnym problemie sekretarki.

Drugą kwestią jest przynależność (lub nie) prac Prof. Bartoszyńskiego do statystyki matematycznej. Robert był znakomitym znawcą statystyki, ale za statystyka się nie uważał. Jego anglojęzyczni przyjaciele dobrze chyba czynili, uważając go za „bioprobabilistę”. Ale zarazem wiele jego prac należy zakwalifikować jako prace ściśle statystyczne, np. te, które bezpośrednio podejmowały problemy estymacji czy testowania. Inne dotykały metodologicznych podstaw statystyki, jak wspomniana już praca [41] lub piękne prace z taksonomii opartej na subiektywnych klasyfikacjach (prace [17], [18], [21] i [27]). Inne znowu prace w tym sensie miały znaczenie podstawowe dla statystyki, że lepiej uzasadniały stosowaną już przez statystyków metodę. Tak jest z jedną z ostatnich prac Prof. Bartoszyńskiego, napisaną wspólnie z Jen-Fue Maa i Dennisem Pearlem pracą [72]. Mianowicie, najbardziej popularną techniką porównywania dwóch rozkładów F i G na R^k na podstawie dwóch prób wektorów losowych, $\mathbf{X} \sim F$ oraz $\mathbf{Y} \sim G$, jest analiza jednowymiarowych rozkładów odległości h między elementami prób. Przy bardzo ogólnych założeniach o funkcji h autorzy wykazali, że zarówno równość rozkładów wewnątrz próby,

$$h(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) \stackrel{\mathcal{D}}{=} h(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2),$$

jak i równość rozkładów między próbami,

$$h(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) \stackrel{\mathcal{D}}{=} h(\mathbf{X}_3, \mathbf{Y}_3),$$

równoważna jest równości rozkładów F i G.

Ostatnią kwestią niechaj będzie działalność popularyzatorska i dydaktyczna Prof. Bartoszyńskiego, a w tym *opus magnum* Profesora oraz Magdaleny Niewiadomskiej-Bugaj, czyli podręcznik [70]. Robert był redaktorem naczelnym *Matematyki Stosowanej* praktycznie od początku, bo od roku 1972 (pierwszy numer pisma ukazał się w roku 1973) do roku 1982. Od roku 1975 do 1990 był członkiem Komitetu Redakcyjnego *Zastosowań Matematyki.* Wystarcza spojrzeć na spis jego publikacji, by zobaczyć ile prac zamieścił w tych czasopismach. Robert był prawdziwym mecenasem tych czasopism, tak jak był mecenasem znanych Kursów Zastosowań Matematyki.

Przetłumaczyl książkę Fellera na polski (pierwszy tom wspólnie z B. Bieleckim) i książkę Fisza na angielski.

Prof. Bartoszyński kochał uczyć i był wspaniałym nauczycielem akademickim. Z tej miłości, i takiej samej miłości do probabilistyki, powstał podręcznik [70]. Nie tu miejsce na omawianie dzieła, ale pamiętając o wadze, jaką do jego powstania przykładał Robert, jak ogromną pracę w nią włożył i jaką radość mu ta praca sprawiała, trudno nie poświęcić jej choć paru słów. Żeby nie być posądzonym o emocjami powodowaną stronniczość i zbyt „łaskawe" spojrzenie na książkę, pozwolę sobie zacytować w całości krótkie jej omówienie, jakie na łamach biuletynu Międzynarodowego Instytutu Statystycznego (ISI) dał J.L. Teugels:

To książka bardzo różna od typowych podręczników z definicjami, twierdzeniami, dowodami i przykładami. Oczywiście wszystko to można tam także znaleźć, ale jej styl czyni ją zaskakująco nietypową. Pojęcia i metody ilustrowane są przykładami, które w istocie tworzą kręgosłup książki. Nauczyciele poszukujący przykładów inspirujących do myślenia stochastycznego na pewno łatwo w niej znajdą coś szczególnie odpowiadającego ich gustom. Pokazane jest „dlaczego" metody działają, a nie tylko „jak" działają. By pomóc czytelnikowi skłonnemu do technicznej przygody, książka zawiera rozdziały oraz podrozdziały zaznaczone gwiazdką i dla niego tylko przeznaczone. To książka odświeżająca, którą należy gorąco polecić, nawet do samodzielnego studiowania, tak bowiem wielkie bogactwo inspirujących problemów znajduje się na końcu każdego rozdziału.

Implicite, książka zawierała credo Roberta, jak należy nauczać statystyków teorii prawdopodobieństwa i jej zastosowań. Niejeden z jej wczesnych czytelników, nie wyłączając recenzenta wydawniczego, czuł w niej ducha Fellera, wszyscy dostrzegali głębię myśli, której była owocem. Książka powstawała aż siedem lat, Robert bowiem… tak lubił pracę nad nią – wydawało się, że zarzuca pisanie i w końcu, przyciśnięty przez współautorkę do muru, wyznał, że boi się, iż praca nad książką się kiedyś skończy.

Robert cieszył się wielkim i jakże zasłużonym uznaniem na całym świecie. Było członkostwo ISI i członkostwo Instytutu Matematycznej Statystyki (IMS), inne zaszczyty, zaproszenia zewsząd. Wszyscy go ogromnie poważaliśmy, lubiliśmy, każde spotkanie z nim było radością – intelektualną i zwykłą, ludzką. A jego delikatny, łagodny, ale jakoś ironiczny, rzec można, filozoficzny zmysł humoru… Kto spotkał Roberta od razu wiedział z jak znakomitym „matematykiem-modelarzem" i nauczycielem ma do czynienia. Ale niektórzy z nas, jego kolegów i koleżanek, dopiero po jego śmierci naprawdę zrozumieli, jak wiele dla nas znaczył jako człowiek.

Nad grobem Roberta tak mówił Dennis Pearl, jego długoletni współpracownik z Columbus:

54 lata temu, podczas II wojny światowej, Robertowi przyszło żyć w gospodarstwie jego wuja. Robert nie mógł chodzić do szkoły, ale miał nauczyciela w osobie uczonego żydowskiego, ukrywanego przez wujostwo przed pewną śmiercią z rąk nazistowskich okupantów. 40 lat później stało się coś odwrotnego. Miałem przywilej rozpocząć długą współpracę z Robertem – Żyd był teraz uczony przez uczonego polskiego.

Robert był skromnym, znakomitym bioprobabilistą o łagodnej i dobrej duszy. Zawsze było radością z nim pracować – patrzeć, gdy podchodzi do tablicy z charakterystycznym błyskiem w oku i zbiera się do ataku na akurat powstały problem. Atak miał zawsze ów niepowtarzalny styl właściwy Robertowi i zawsze zaczynał się od słów: „zróbmy rysunek!”. Magiczne rysunki Roberta – gdy były narysowane, pozostawały już tylko rachunki.

Naszą wspólną pracę wzbogacali kolejni utalentowani studenci. Pierwszym był Wenyaw Chaw, potem Nanfu Peng, Jen-Fue Maa i ostatnio John Lawrence. Robert był przewodnikiem i przyjacielem nas wszystkich.

Będzie mi bardzo brakować Roberta. Będzie mi brakować spotkań na korytarzu i słów pozdrowienia, którym towarzyszył uśmiech złośliwego wielbiciela umysłowych ćwiczeń i sakramentalne: „Dennis, mam problem dla ciebie…”.

Roberta zawsze cieszyły interesujące pytania, które wymyślał z naturalnością, jakiej nie znałem u nikogo. Przypominam sobie test, jaki zrobił studentom wydziału inżynierskiego. Nie pamiętam samego pytania, ale pamiętam cztery odpowiedzi, z których studenci mieli wybrać prawidłową: A – odpowiedzią jest 3; B – żadna z odpowiedzi wyżej; C – żadna z odpowiedzi wyżej; D – żadna z odpowiedzi wyżej. To już było całkiem sprytne, ale co dopiero przydawało zadaniu stylu rzeczywiście właściwego Robertowi, to było to, że prawidłową odpowiedzią było B.

Robert nie znosił spraw administracyjnych. Było więc zapewne nieuniknione, że przyjdzie mu mieć kłopoty z najbardziej biurokratyczną agencją ze wszystkich, z Biurem Imigracyjnym i Naturalizacyjnym. W końcu musiał się udać na wyznaczoną mu wizytę, by sprawy ostatecznie załatwić. Wsiadł przeto do samochodu i pojechał do biura regionalnego w Cleveland. Tam przez godzinę szukał właściwego adresu, bezskutecznie. Zaś w stylu Roberta było w tym to, że wizyta miała mieć miejsce w Cincinnati.

A co oznaczało, że wiódł życie w stylu Roberta? To, że w sercach tych, którzy z nim kiedykolwiek pracowali, pozostanie pamięć miłości i szacunku, jakimi go darzyliśmy.

Spis prac Roberta Bartoszyńskiego

[1] *Some Remarks on the Convergence of Stochastic Processes*, Studia Math. 17 (1958), 313–322.

[2] *On a Certain Characterization of Weak Convergence of Measures*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 8 (1960), 419–420.

[3] *A Characterization of the Weak Convergence of Measures*, Ann. Math. Statist. 32 (1961), 561–576.
[4] *A Stochastic Model of AChE Transportation in the Peripheral Nerve Trunks*, Biometrika 49 (1962), 447–454 (współautorzy L. Lubińska i S. Niemierko).
[5] *Próba konstytutywnego ujęcia niektórych pojęć prakseologicznych*, Materiały Prakseologiczne 3 (1962), 13–267 (współautor A. Ehrenfeucht).
[6] *On a Certain Characterization of Measures in Space* $C[0,1]$, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 10 (1962), 445–446.
[7] *O pojęciu skuteczności metody działania*, Materiały Prakseologiczne 6 (1963), 20–24.
[8] *On a Certain Concept of Value of Information in Games*, Trans. Third Prague Conf. on Information Theory, Statistical Decision Functions and Random Processes. Prague: Czechosl. Acad. of Sciences, 1964, 29–33.
[9] *Contribution to the Theory of Epidemics*, Bernoulli–Bayes–Laplace Anniversary Volume. Berlin–Heidelberg: Springer, 1965, 1–8 (współautorzy J. Łoś i M. Wycech--Łoś).
[10] *Some Limit Properties of Generalized Branching Processes*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 15 (1967), 157–160.
[11] *Zastosowania Matematyki w Naukach Biologicznych*: *Modele*, Problemy Współczesnej Nauki i Techniki 12 (1967), 315–367.
[12] *A Limit Property of a Certain Branching Process*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 15 (1967), 615–618.
[13] *Branching Processes and the Theory of Epidemics*, Proc. Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Vol. IV, 1967, 259–269.
[14] *A Model of Age-Dependent Inheritance*, Austral. J. Statist. 11 (1969), 14–28 (współautor H. D'Abrera).
[15] *Branching Processes and Models of Epidemics*, Dissertationes Math. 61 (1969), 48 stron.
[16] *Some Remarks on Extension of Stochastic Automata*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 18 (1970), 551–556.
[17] *A Note on Subjective Classifications*, Rev. Internat. Statist. Inst. 39 (1971), 39–45.
[18] *On the Constructions and Evaluation of Subjective Classifications*, Appl. Math. (Warsaw) 12 (1971), 1–21.
[19] *On the Existence of Markov Policies in Dynamic Programs*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 19 (1971), 403–406.
[20] *Podstawowe Pojecia Teorii Neymana–Pearsona Testowania Hipotez Statystycznych*, Wiadom. Mat. 13 (1971), 1–10.
[21] *Model of Circulation and Exchange of Banknotes*, Appl. Math. (Warsaw) 13 (1972), 1–22. Wersja polska: *Model Obiegu i Wymiany Banknotów*, Mat. Stos. 3 (1973), 5–24.
[22] *On a Certain Model of an Epidemic*, Appl. Math. (Warsaw) 13 (1972), 139–151.
[23] *Power Structure in Dichotomous Voting*, Econometrica 40 (1972), 1003–1019.
[24] *Fluctuation of Random Walk Observed from Time to Time*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 21 (1973), 73–77.
[25] *On Certain Combinatorial Identities*, Colloq. Math. 30 (1974), 289–293.
[26] *O Błędach Klasyfikacji*, Mat. Stos. 2 (1973), 131–138.
[27] *On a Metric Structure Derived from Subjective Judgments*: *Scaling under Perfect and Imperfect Discrimination*, Econometrica 42 (1974), 55–71.
[28] *Reguły Zatrzymywania*, Wiadom. Mat. 18 (1974), 41–53.
[29] *A Model for Risk of Rabies*, Proc. of the 40-th Session of Internat. Statist. Inst., Vol. 46, Book 1, Warszawa 1975, 515–522.

[30] *On Risk of Rabies*, Math. Biosci. 24 (1975), 357–377. Polska wersja: *O Niebezpieczeństwie Wścieklizny*, Mat. Stos. 4 (1976), 35–57.

[31] *Some Remarks on the Secretary Problem*, Comment. Math. Prace Mat. 19 (1976), 15–22.

[32] *Modele Matematyczne w Biologii, ich Zastosowania i Ograniczenia*, Wiadom. Parazytol. 22 (1977), 623–634.

[33] *Some Thoughts about the Contribution of Jerzy Neyman to Statistics*, Proc. Sympos. to Honour Jerzy Neyman, PWN, Warszawa 1977, 9–15 (współautor W. Klonecki).

[34] *A Stochastic Model of Development of Rabies*, Proc. Symp. to Honour Jerzy Neyman, PWN, Warszawa 1977, 19–28.

[35] *On Chances of Survival under Predation*, Math Biosci. 33 (1977), 135–144.

[36] *O Pewnym Schemacie Subiektywnych Klasyfikacji przy Zmiennych Prawdopodobieństwach Wyboru*, Mat. Stos. 9 (1977), 35–43.

[37] *On Survival in Hostile Environment*, Math. Biosci. 38 (1978), 293–301 (współautor W. J. Bühler).

[38] *On Linear Classifications under Varying Choice Probabilities*, J. Math Psychology 18 (1978), 249–259.

[39] *The Secretary Problem with Interview Cost*, Sankhya Ser. B 40 (1978), 11–28 (współautor Z. Govondarajulu).

[40] *Drapieńiki i Ofiary*, Mat. Stos. 15 (1979), 81–91.

[41] *Reducibility of Statistical Structures and Decision Problems*, Banach Center Publ. 6 (1980), 29–38 (współautor E. Pleszczyńska).

[42] *A Note on the Secretary Problem*, Banach Center Publ. 6 (1980) (współautor Z. Govindarajulu).

[43] *Stochastic Models in Biology*, Proc. Third Summer School in Probability and Statistics, Varna 1980.

[44] *A Note on Predicting the Results of Chess Championship Matches*, Behavioral Sci. 26 (1981), 85–87 (współautor M. L. Puri).

[45] *Some Nonparametric Techniques for Estimating the Intensity Function of a Cancer Related Nonstationary Poisson Process*, Ann. Statist. 9 (1981), 150–160 (współautorzy B. W. Brown, C. M. McBride i J. R. Thompson).

[46] *Some Remarks on Strategy in Playing Tennis*, Behavioral Sci. 26 (1981) (współautor M. L. Puri).

[47] *Systemic Factors in Neoplastic Progression*, w: Probability Models and Cancer, L. LeCarn i J. Neyman (eds.), North-Holland, 1982, 253–264 (współautorzy B. W. Brown i J. R. Thompson).

[48] *On Estimating Inter-Subject Variability in Choice Probabilities under Observability Constraints*, J. Math. Psychology 25 (1982), 175–184 (współautor M. L. Puri).

[49] *On the Rate of Convergence for the Weak Laws of Large Numbers*, Probab. Math. Statist. 5 (1985), 91–97 (współautor P. S. Puri).

[50] *On Two Classes of Interacting Stochastic Processes Arising in Cancer Modeling*, Adv. Appl. Probab. 15 (1983), 695–712 (współautor P. W. Puri).

[51] *On Estimating the Growth of Tumors*, Math. Biosci. 67 (1983), 145–166 (współautorzy E. N. Atkinson, B. W. Brown i J. T. Thompson).

[52] *Estimation of Human Tumor Growth Rate from Distribution of Tumor Size at Detection*, J.N.C.I. 72 (1984), 31–39 (współautorzy N. Atkinson, B. W. Brown, J. R. Thompson i E. D. Montague).

[53] *Some Stochastic Models on Cancer Metastases*, Stochast. Models 1 (1985), 317–339 (współautorzy F. Jones i J. P. Klein).

[54] *A Modeling Approach to Metastatic Progression of Cancer*, w: Mathematical Models of Cancer, B. W. Brown i J. R. Thompson (eds.), Marcel Dekker, New York 1987, 237–267.

[55] *Asymptotic Properties of the Tumor Growth Curve Estimator*, J. Statist. Planning Inference 18 (1988), 45–56 (współautor S. Dynin).

[56] *A Stochastic Model for Simulation of Interactions Between Phytophagous Spider Mites and Their Phytoseiid Predators*, Exp. Appl. Acarology 7 (1989), 143–151 (współautorzy D. K. Pearl i D. J. Horn).

[57] *Population Processes Under the Influence of Disasters Occurring Independently of Population Size*, J. Math. Biology 27 (1989), 167–178 (współautorzy W. J. Bühler, W. J. Chan i D. K. Pearl).

[58] *Birth and Death Processes Under the Influence of Disasters With Time Dependent Killing Probabilities*, Stochast. Processes Appl. 45 (1993), 243–258 (współautorzy N. Peng, D. K. Pearl i W. J. Chan).

[59] *Optimal Reorganization Policies for Stationary and Evolutionary Databases*, Management Sci. 36 (1990), 613–631 (współautorzy J. S. Park, Prabuddha De i H. Pirkul).

[60] *Construction of Best Confidence Intervals for Half Lives*, J. Vet. Pharm. 13 (1990), 1–6 (współautor H. W. Powers).

[61] *Queuing Analysis for Buffered Persistent CSMA Local Networks*, INFOR 28 (1990) (współautor J. S. Park).

[62] *Queues with Breakdowns and Customer Discouragement. Submitted*, Probab. Math. Statist. 14 (1993), 77–87 (współautorzy W. Chan i D. K. Pearl).

[63] *A Remark on the Shortest Confidence Interval of a Normal Mean*, Amer. Math. Monthly 97 (1990), 415–417 (współautor Wai Chan).

[64] *Estimation of Growth and Metastatic Rates of Primary Breast Cancer*, w: Mathematical Population Dynamics, D. Arino, D. Axelrod i M. Kimmel (eds.), 1991, 397–411 (współautor J. P. Klein).

[65] *Optimal Database Reorganization Policies*: *A Stochastic Control Approach*, Proc. 22nd Annual Hawaii International Conf. on Systems Sciences, IEEE, 1989, 752–761 (współautorzy J. S. Park i H. Pirkul).

[66] *Stability Analysis of Interfering Queues in p-Persistent CSMA/CD Local Networks*, Proc. First ORSA Telecommunication SIG Conf. on Operations Research in Telecommunications, 1990 (współautorzy J. S. Park i Y. K. Yoon).

[67] *Refinement of a Stochastic Model of Spider Mite Predator–Prey Interactions*, w: Modern Acarology, F. Dusbacek i V. Bukra (eds.), Prague and SPB Academic Publishing, The Hague, Vol. 2, 1991, 667–674 (współautorzy D. J. Horn, D. K. Pearl i D. B. Kallander).

[68] *A Technique for Finding the Variance and a Stochastic Integral Equation*, Calcutta Statist. Assoc. Bull 43 (1993), no. 171–172, 145–153 (współautor P. Sen).

[69] *Simulation Based Optimization and Estimation*, Proc. Statistical Computing Section of ASA, 1993, 102–106 (współautorzy J. F. Maa, D. K. Pearl i D. J. Horn).

[70] *Probability and Mathematical Statistics*, Wiley, New York, NY, 1996 (współautor M. Niewiadomska-Bugaj).

[71] *Stability of p-persistent CSMA/CD*, ORSA J. Comput. 7 (1995), 149–159 (współautorzy J. S. Park, W. A. Rosenkrantz).

[72] *Reducing multidimensional two-sample data to one-dimensional interpoint comparisons*, Ann. Statist. 24 (1996), 1069–1074 (współautorzy J. F. Maa, D. K. Pearl).

[73] *A multidimensional goodness-of-fit test based on interpoint distances*, J. Amer. Statist. Assoc. 92 (1997), no. 438, 577–586 (współautorzy D. K. Pearl, L. J. Dennis).