ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXVII (2001)

Recenzje

Jacek Jakubowski, Rafał Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, SCRIPT, Warszawa 2000, str. 467, ISBN 83-904564-4-3.

Dla kogo i o czym. Omawiany podręcznik do rachunku prawdopodobieństwa jest przeznaczony dla studentów matematyki. W Polsce przedmiot ten jest wykładany dla studentów II lub III roku i zakłada znajomość (lub poznanie w trakcie wykładu) elementów teorii miary. W podręczniku wykład jest tak skonstruowany, że można go słuchać bez szczegółowej znajomości teorii miary, a potrzebne szczegóły można uzupełnić czytając *Dodatek* C. Jak piszą autorzy we wstępie, książka powstała na podstawie wykładów i ćwiczeń, które prowadzili od przeszło 20 lat na Wydziale Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego. I jest to widoczne, że książka powstała z doświadczeń, które autorzy wynieśli wykładając ten przedmiot. Kolejne pojęcia są wprowadzane po odpowiednim przygotowaniu czytelnika przez dobrze dobrane przykłady, a po każdej części teoretycznej jest mnóstwo bardzo ciekawych zadań. Jak piszą sami autorzy, zadań jest ponad 500; do tego na końcu książki zamieszczone są rozwiązania lub wskazówki. Autorzy zamieszczają też wiele anegdot i faktów z historii przedmiotu, podając je często w sposób niekonwencjonalny i ciekawy, a przy okazji poszerzający wiedzę czytelnika. Książka liczy 467 stron i zawiera właściwie wszystko, co powinien znać student po wysłuchaniu kursu rachunku prawdopodobieństwa na uczelni w Polsce.

Konkurencyjne podręczniki. Można powiedzieć, że omawiana książka zapełnia lukę z tej dziedziny w języku polskim. Autor tej recenzji zazwyczaj posiłkował sie do tego wykładu książkami anglojęzycznymi L. Breimana [2], K. L. Chunga [3], R. Durreta [4], A. Karra [8], czy A. N. Sziriajewa [11]. Chociaż istnieją w polskim przekładzie wspaniałe książki W. Fellera, tom II [6], czy P. Billingsleya [1], niestety nie nadają się one do kursowych wykładów. Jest jeszcze niezły podręcznik S. Zubrzyckiego [12], ale raczej dziś też nie jest używany, ze względu na szczupłość materiału i przykładów. Są oczywiście dobre książki, jak na przykład książka W. Fellera, tom I [5] lub M. Fisza [7], ale ich profil jest inny, w szczególności nie korzystają one z aparatu teorio-miarowego. Dla kompletności odnotujmy też nowy podręcznik M. Krzyśki [10], w którym uwzględnione są też aspekty teorio-miarowe rachunku prawdopodobieństwa.

Co zawiera? Książka zaczyna się od elementarza przedmiotu, to jest od *Opisu doświadczenia losowego* (Rozdz. 1, tu i niżej kursywą są podawane tytuły rozdziałów), w którym jest również prawdopodobieństwo geometryczne razem z paradoksami Bertranda, omówienia *Klasycznej definicji prawdopodobieństwa* (Rozdz. 2) z podstawowymi schematami kombinatorycznymi i *Prawdopodobieństwa warunkowego* (Rozdz. 3), ze wzorem na prawdopodobieństwo całkowite i wzorem Bayesa. Jest to bardzo potrzebne wprowadzenie czytelnika do przedmiotu, ponieważ rachunku prawdopodobońśtwa trudno uczyć w oderwaniu od tego, jak ten przedmiot rozwijał się przez wieki. Aksjomatyczna teoria rachunku prawdopodobieństwa została stworzona bowiem dopiero w latach 20-tych i 30-tych XX wieku, nawiasem mówiąc przy dużym współudziale matematyków polskich, chociaż przyjmuje się za początek tej teorii dopiero fundamentalne dzieło A. Kołmogorowa [9]. Jednakże wiele pojęć, twierdzeń i zastosowań zostało podanych wcześniej bez nowoczesnego aparatu i często w postaci anegdotycznej, na przykład, w formie zadań o grach kostkami, w szczególności zadanie o paradoksie kawalera de Méré (zad. 18 na str. 31) lub zadanie Buffona o rzutach igły na poliniowaną płaszczyznę (zad. 7 na str. 21), itd. W moim, a myślę, że nie tylko w moim przekonaniu, bez tej otoczki nie można wykładać przedmiotu. Następne rozdziały, to *Niezależność zdarzeń* (Rozdz. 4), w którym wprowadza się schemat Bernoulliego i dowodzi się lematu Borela–Cantellego, *Zmienne losowe* (Rozdz. 5), *Warunkowa wartość oczekiwana* (Rozdz. 6). Rozdziały te wprowadzają podstawowe narzędzia i pojęcia rachunku prawdopodobieństwa. To, co powszechnie jest uważane za jądro podstawowego kursu rachunku prawdopodobieństwa, jest przedstawione w następnych czterech rozdziałach: *Sumy niezależnych zmiennych losowych* (Rozdz. 7), *Zbieżność rozkładów* (Rozdz. 8), *Funkcje charakterystyczne* (Rozdz. 9) i *Centralne twierdzenie graniczne* (Rozdz. 10). Materiał w tych rozdziałach jest standardowy, chociaż często wyłożony w oryginalnym ujęciu. Tak zwanego twierdzenia o dwóch szeregach dowodzi się tutaj korzystając z nierówności Lévy'ego–Ottavianniego, zamieszczonej tutaj z nowym dowodem S. Kwapienia.

Następny rozdział jest poświęcony *Martyngałom* (Rozdz. 11), ważnemu narzędziu współczesnego rachunku prawdopodobieństwa. Pojęcie martyngału często uczone jest bardzo formalnie, bez pokazywania do czego jest ono potrzebne. Tutaj podaje się kilka ciekawych przykładów, w tym zastosowanie do matematyki finansowej.

Ostatnie dwa rozdziały omawiają materiał, który można zaliczyć do teorii procesów stochastycznych, chociaż bardzo często jest on podawany w podręcznikach rachunku prawdopodobieństwa. Są to *Łańcuchy Markowa* (Rozdz. 12) oraz *Proces Wienera* (Rozdz. 13). Książka kończy się obszernymi i bardzo pożytecznymi dodatkami: *Kilka faktów z analizy* (A), *Funkcje tworzące* (B), *Teoria miary i całki, przestrzenie* L^p (C), oraz *Funkcje analityczne, metoda residuów* (D).

Trochę szczegółów. Jak wspomniałem, w książce jest mnóstwo zadań. Są one bardzo różnorodne, począwszy od standardowych, jakie można znaleźć w każdym podręczniku i jakie każdy adept przedmiotu musi przerobić, poprzez zadania z gwiazdką, po zadania, które autorzy oznaczają †, a pochodzące od prof. S. Kwapienia. Ale jest też trochę zadań, które krążyły w ostatnich latach po świecie w formie anegdotycznej, takich jak, na przykład, następujące zadanie o *Dylemacie więźnia* (str. 36): Naczelnik więzienia postanowił uwolnić jednego z trzech więźniów, o czym dowiedzieli się zainteresowani, ale nie dowiedzieli się, który z nich będzie wolny. Więzień A ma wśród strażników znajomego, który to wie. Chce go zapytać, ale krępuje się pytać o siebie. Pyta więc o imię jednego z więźniów (różnego od niego), który ma pozostać w więzieniu. Przed zadaniem pytania ocenia, że każdy z nich ma szanse wyjścia równą 1/3. Myśli, że jeśli strażnik powie na przykład, że zostaje B, to jego szanse rosną do 1/2 (bo zostanie uwolniony A lub C). Gdzie popełnia błąd? Inne zadanie ze strony 107 jest następujące: Wylosowano niezależnie i zgodnie z tym samym rozkładem o ciągłej dystrybuancie dwie liczby rzeczywiste i pokazano nam jedną z nich. Jeżeli prawidłowo odgadniemy, czy jest ona mniejsza czy większa od drugiej, wygramy 10^6 USD. Co robić? Są też zadania „poważniejsze", jak na przykład ostatnie trzy zadania w książce (str. 321 i 322), gdzie po rozwiązaniu mamy nowy dowód zbieżności szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \int_0^t \phi_n(s)\, ds$ do procesu Wienera $(W_t, t \in [0,1])$, gdzie ϕ_n jest dowolnym układem ortonormalnym zupełnym w przestrzeni $L^2[0,1]$, a (γ_n) ciągiem niezależnych zmiennych losowych o rokładzie $\mathcal{N}(0,1)$.

Trochę krytyki. Krytyki będzie mało, ale zawsze się znajdzie coś, co można wypomnieć. Jak zwykłe nie dało się uniknąć wpadek z „oczywistymi" oznaczeniami, jak np. niewyjaśnione $\boldsymbol{Q}$ na stronie 15. Zadanie 17 na stronie 219 o wielowymiarowej wersji centralnego twierdzenia granicznego podałbym w postaci twierdzenia, być może zostawiając dowód czytelnikowi jako zadanie. Jest to bardzo ważne twierdzenie w wielu zastosowaniach i chciałoby się mieć przed oczami jego jawną wersję. Widziałbym też tutaj potrzebę drobnych uzupełnień o przykłady zastosowań wielowymiarowej wersji centralnego twierdzenia granicznego. Na stronie 242 autorzy piszą: „Udowodnimy tu uogólnienie nierówności Kołmogorowa (7.3.6). Warto porównać oba dowody." Ale dowodu nie ma, ponieważ Twierdzenie 7.3.6 jest podane jako zadanie do udowodnienia. Można by wymienić jeszcze kilka drobnych usterek, ale nie warto.

Konkluzja. Jak można się zorientować z recenzji, omawiany podręcznik, oprócz podawania podstawowych pojęć i twierdzeń, ukazuje również wielkie bogactwo zastosowań omawianej teorii. Recenzowany podręcznik jest godny polecenia wykładowcom tego przedmiotu w Polsce. Myślę, że po dokonaniu drobnych korekt i poprawek w następnych wydaniach, przez jakiś czas będzie podstawowym podręcznikiem do nauki tego przedmiotu.

Cytowana literatura

[1] P. Billingsley, *Prawdopodobieństwo i miara*, PWN, Warszawa 1987.

[2] L. Breiman, *Probability*, SIAM, Philadelphia 1992.

[3] K. L. Chung, *A Course in Probability Theory*, III wyd., Academic Press, Inc., San Diego, CA, 2001.

[4] R. Durret, *Probability: Theory and Examples*, Wadsworth & Brooks, Pacific Grove 1991.

[5] W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, t. 1, PWN, Warszawa 1966.

[6] W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, t. 2, PWN, Warszawa 1969.

[7] M. Fisz, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1967.

[8] A. Karr, *Probability*, Springer, New York 1993.

[9] A. N. Kołmogorow, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Berlin 1933.

[10] M. Krzyśko, *Wykłady z teorii prawdopodobieństwa*, WNT, Warszawa 2000.

[11] A. N. Shiryaev, *Probability*, Springer, New York 1984.

[12] S. Zubrzycki, *Wykłady z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1970.

Tomasz Rolski