ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XLIV (2008)

Recenzje

Jacek G a n c a r z e w i c z, *Arytmetyka*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2000, str. 152, ISBN 83-233-1347-4.

Omawiana pozycja jest podręcznikiem dla studentów 3-letnich matematycznych studiów zawodowych; została wydana w roku 2000 przez Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, a napisana na podstawie wykładów Autora na tym kierunku.

Książka składa się z 4 rozdziałów, każdy zakończony listą zadań. Pierwszy z nich, *Wiadomości wstępne*, zawiera niektóre podstawowe wiadomości z logiki i rachunku zbiorów, skrótowe omówienie zasady abstrakcji, zasady indukcji matematycznej (Autor wyprowadza ją ze sformułowanej explicite zasady minimum) oraz definicji rekurencyjnych, a także wzory skróconego mnożenia wraz z udowodnionym indukcyjnie dwumianem Newtona. W zamyśle Autora jest to powtórzenie ze szkoły średniej, ale teraz większość tych tematów nie jest tam w ogóle poruszana. Na potrzeby obecnych absolwentów liceum należałoby ten rozdział rozbudować i uprzystępnić.

Drugi rozdział, *Relacja podzielności liczb całkowitych*, to najbardziej klasyczny fragment arytmetyki. Autor omawia systemy pozycyjne zapisu liczb, podzielność, cechy podzielności i kongruencje, największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność, algorytm Euklidesa, liczby pierwsze i rozkład na czynniki pierwsze. Tu część materiału jest znana czytelnikom ze szkoły, ale dla systematyczności wykładu jest (i powinna być) powtórzona.

Kolejny rozdział, *Elementy algebry wyższej w zastosowaniu do arytmetyki,* jak sam tytuł wskazuje, wykracza poza arytmetykę. Pojawiają się definicje i przykłady grup, pierścieni i ciał, mowa jest o niektórych ich własnościach i związanych z nimi pojęciach (brak najbardziej podstawowego – izomorfizmu). Nie bardzo wiadomo w jakim celu Autor umieścił tu ten materiał. Wykład arytmetyki doskonale można prowadzić bez niego, odwołania do niego w dalszym ciągu są minimalne (chyba tylko przy małym twierdzeniu Fermata, które oczywiście tego nie wymaga). Przytoczony przykład grupy nieprzemiennej jest niesłychanie wymyślny, a podana w przypisie motywacja może raczej czytelnika przerazić niż coś mu wyjaśnić (w podobnym duchu utrzymane są zadania, które nadawałyby się raczej do bardziej zaawansowanego wykładu algebry). W dalszym ciągu rozdziału następuje powrót do arytmetyki – jest chińskie twierdzenie o resztach, przykładowe równania diofantyczne wraz z charakteryzacją trójek pitagorejskich i opowiadanie o wielkim twierdzeniu Fermata.

Rozdział IV – *Od liczb naturalnych do liczb zespolonych* – zawiera opis klasycznych konstrukcji liczb całkowitych i liczb wymiernych wraz z dowodami ich podstawowych własności (liczby naturalne przyjmuje się jako dane), skrócony opis konstrukcji Cantora liczb rzeczywistych bez dowodu zupełności i bez wyjaśnienia dlaczego równanie $x^2 = 2$ ma tam rozwiązanie (a więc chyba nie warto było robić tej konstrukcji), definicję i kilka podstawowych własności liczb zespolonych oraz sformułowanie zasadniczego twierdzenia algebry. Autor we wstępie napisał, że treści tego rozdziału sam nigdy nie uwzględniał w wykładach arytmetyki (z wyjątkiem liczb zespolonych). Moim zdaniem do tego wykładu lepiej nadaje się rozdział IV niż początkowe paragrafy rozdziału III. Natomiast ostateczny dobór treści musi być związany z możliwościami i potrzebami słuchaczy.

Niestety odnoszę wrażenie, że Autor mało się liczył z możliwościami i potrzebami potencjalnych czytelników. W przypadku bowiem czytelnika niewyrobionego, mającego braki w kształceniu na poprzednim etapie, należy szczególnie dbać o jasność i precyzję, a równocześnie prostotę i przystępność wypowiedzi. Utrzymanie należytej równowagi miedzy tymi cechami nie jest łatwe. Umiejętność ta charakteryzuje dobrych popularyzatorów matematyki. Potrzebna jest również troska o jakość używanej polszczyzny. Tymczasem język omawianej książki (z wyjątkiem paragrafu o systemach zapisu liczb) jest trudny dla początkującego studenta, zbyt formalny. Za dużo jest specyficznej terminologii (na przykład po co mówić o „działaniu wewnętrznym", skoro nie ma mowy o innych? Po co nazywać to działanie *h,* by za chwilę oznaczyć je kropką i nazwać mnożeniem?), za dużo ulubionej przez niektórych matematyków symboliki. Zapis typu:

$$p_1^{\min(a_1,b_1)+\max(a_1,b_1)} \dots p_k^{\min(a_k,b_k)+\max(a_k,b_k)}$$

dla większości studentów jest przerażający, a przy tym nie niesie żadnej treści.

Używanie formalnego języka nie pociąga za sobą ścisłości, bo brak tu konsekwencji i starannej korekty. Na przykład symbol $\boldsymbol{Z}_p$ oznacza – inaczej niż na ogół w algebrze – to samo, co $p\boldsymbol{Z}$, czyli zbiór wielokrotności liczby p, a zbiór reszt modulo p oznaczony jest przez $\boldsymbol{Z}/p\boldsymbol{Z}$, ale w definicji tego pojęcia pojawia się symbol $\boldsymbol{ZZ}$ (str. 99).

O pewnej nonszalancji Autora świadczy pomyłka, jaka mu się zdarzyła przy omawianiu wielkiego twierdzenia Fermata. Napisał mianowicie, że była grupa matematyków, którzy wciąż wierzyli, iż uda im się podać liczbę naturalną n, dla której równanie $x^n + y^n = z^n$ nie ma rozwiązania w liczbach naturalnych. Jakie sformułowanie twierdzenia zostanie w głowach czytelników?

Autor i wydawnictwo nie zadbali należycie o poprawność językową tekstu. Niekiedy ta niepoprawność jest skutkiem niedbałej korekty, czasem świadomie użyte sformułowania są kuriozalne. Oto przykłady (dosłowne cytaty):

Jeżeli mamy dodać n liczb (wielkości) $a_1, a_2, \ldots, a_nm$, *to zamiast pisać* $a_1+a_2+\ldots+a_n$ *będziemy pisać w postaci* $\sum_{i=1}^{n}$ (str. 20);

Z powyższego twierdzenia wynika, że dla dowolnych liczb całkowitych istnieje największy wspólny dzielnik, ale nie podaje metody jego znalezienia (str. 60);

(...) *twierdzenie można uogólnić na większą liczbę liczb parami względnych.* (str. 70)

(...) *jej rozkład na iloczyn posiada dokładnie jeden składnik.* (str. 77);

Niepusty podzbiór H zawarty Z (...), str. 96.

Oczywiście, nie będziemy mogli tutaj zareprezentować dowodu wielkiego twierdzenia Fermata. (str. 113)

Niektóre sformułowania są tak zagmatwane, że trudno liczyć na ich zrozumienie przez czytelnika, na przykład:

Zatem, po skończonej liczbie kroków polegających na wielokrotnym stosowania przekształcenia z przypadku (2) musimy doprowadzić do sytuacji, o ile wcześniej nie trafiliśmy na przypadek (1), że mniejsza z otrzymanych liczb wynosi 1, a wtedy w następnym kroku zachodzi przypadek (1), w którym podajemy wartość największego wspólnego dzielnika. (str.61)

Niedbałość językowa Autora przechodzi miejscami w merytoryczną – na przykład w odniesieniu do liczby 1 w kontekście rozkładu na czynniki pierwsze. Na str. 71 znajdujemy liczbę $p \geq 2$, która jest najmniejszym dzielnikiem liczby a. Niewiele dalej czytamy, że każda liczba naturalna (a więc i 1) jest iloczynem liczb pierwszych, co dowodzi się przez indukcję zaczynając od liczby 2, której przedstawienie w postaci iloczynu liczb pierwszych jest podobno oczywiste – ale dla przeciętnego maturzysty iloczyn musi mieć co najmniej dwa czynniki! (Nie tylko dla maturzysty – w tej samej książce działanie zdefiniowane jest jako funkcja dwóch zmiennych).

Duża liczba błędów drukarskich („literówek") u recenzenta budzi tylko irytację, ale jak sobie poradzi niedoświadczony czytelnik, gdy w połowie pewnego wywodu (str. 71, a także 94 i 95) litera a zamienia się w n, symbol „kropka" zostaje zmieniony w „gwiazdkę", albo gdy kilkulinijkowe przekształcenia prowadzą do wniosku, że $I(n) + I(m) = I(n) + I(m)$ (str. 126), bądź gdy przeczyta, że $a + x + b$ jest równaniem, a przystawanie mod n – równością?

Na karcie tytułowej tego podręcznika widnieją nazwiska dwóch recenzentów i korektora. Mam wrażenie, że żaden z nich książki nie przeczytał, choć ma ona tylko 150 stron.

Gdy dowiedziałam się, że Uniwersytet Jagielloński wydał podręcznik arytmetyki dla 3-letnich studiów matematycznych, bardzo się ucieszyłam. Studenci tego kierunku często mają spore trudności w posługiwaniu się takimi narzędziami jak indukcja matematyczna czy zasada minimum, nie mają wprawy w formalnych rachunkach i prowadzeniu choćby bardzo prostych dowodów, często też nie pamiętają czego się uczyli w gimnazjum na temat liczb pierwszych czy cech podzielności. Tymczasem niektórzy z nich w przyszłości będą uczyć matematyki w szkole podstawowej lub gimnazjum. Merytoryczne przygotowanie ich do tego zawodu jest niesłychanie ważne.

Wydawało mi się, że takie zaadresowanie książki gwarantuje przystępność i jasność wykładu, a wydawca jest gwarantem poprawności formalnej. Niestety, myliłam się.

Agnieszka Wojciechowska

Zdzisław P o g o d a, *Galeria wielościanów*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2005, ss. 156, ISBN 83-235-0119-X.*

Recenzowana książka to kolejna uczta duchowa przygotowana przez znanego i niestrudzonego popularyzatora matematyki, Zdzisława Pogodę. Tym razem rzecz dotyczy wielościanów. Książka składa się z rozdziału wstępnego, z sześciu rozdziałów właściwych oraz z trzech dodatków. Do książki dołączono indeks.

W rozdziale wstępnym (liczącym 20 stron) wyjaśnia się w sposób intuicyjny (odwołując się do wyobraźni przestrzennej i sposobów konstrukcji), co to jest wielościan. Wprowadza się też (w sposób przyjazny) podstawowe pojęcia pozwalające mówić w dalszej części książki o własnościach i rodzajach wielościanów. Ścisłą definicję wielościanu przesunięto do Dodatku A.

Właściwą część książki stanowi sześć rozdziałów, w których omawia się rozmaite typy wielościanów, podaje ich konstrukcje, rozważa własności oraz pokazuje, gdzie można je spotkać w przyrodzie czy dziełach sztuki. Prezentacja ta rozpoczyna się od wielościanów foremnych zwanych bryłami platońskimi. Obok elementów odpowiadających opisanemu schematowi przedstawiania omawianej grupy wielościanów mamy tu także tabelkę zestawiającą dane dotyczące liczby wierzchołków, krawędzi, ścian, bloków każdej ściany i ścian zawierających dowolny wierzchołek. Pozwala to dostrzec zależności między wielościanami dualnymi.

* Recenzja tej książki, autorstwa M. Kordosa, ukazała się w tomie 43 Wiadomości Matematycznych.