ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXV (1999)

Tomasz Byczkowski (Wrocław)
Tomasz Downarowicz (Wrocław)
Zbigniew Lipecki (Wrocław)
Zbigniew Romanowicz (Wrocław)

Anzelm Iwanik (1946–1998)

Anzelm Iwanik urodził się 21 kwietnia 1946 w Tomaszowie Mazowieckim, dokąd jego rodzina uszła z Powstania Warszawskiego. Był najmłodszym z trojga dzieci Hipolita Iwanika, chemika, i Ludwiki z Lechowskich, dentystki. W roku 1963 ukończył I Liceum Ogólnokształcące im. J. Dąbrowskiego w Tomaszowie Mazowieckim i rozpoczął studia na Wydziale Łączności (obecnie Elektroniki) Politechniki Wrocławskiej. W roku 1969 uzyskał tytuł magistra inżyniera elektroniki i został asystentem w Instytucie Metrologii Elektrycznej PWr. Równocześnie, w latach 1968–1972, studiował zaocznie matematykę na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Wrocławskiego. Studia te zakończył pracą magisterską „Algebry pełne o nośniku nieskończonym” (jej główne wyniki zawarte są w [1a,b]) i uzyskał dyplom z wyróżnieniem. Zachęcany przez prof. E. Marczewskiego, promotora pracy, przeniósł się w roku 1972 do Instytutu Matematyki PWr, z którym pozostał związany do końca życia. Dzięki wybitnym zdolnościom, wielkiej pracowitości i pasji badawczej czynił szybkie postępy zawodowe. Doktoryzował się w roku 1974 na podstawie rozprawy „Punktowe realizacje półgrup transformacji” (częściowo opublikowanej jako [11]), napisanej pod opieką prof. C. Ryll-Nardzewskiego na Politechnice Wrocławskiej. W roku 1978 Rada Naukowa Instytutu Matematycznego PAN nadała mu stopień doktora habilitowanego nauk matematycznych na podstawie rozprawy „Operatory ekstremalne na klasycznych przestrzeniach Banacha” (rozprawa składała się z prac [10], [12], [13] i [14]). Tytuł profesora uzyskał w roku 1990, a od roku 1996 pracował na stanowisku profesora zwyczajnego. Zmarł 28 września 1998 we Wrocławiu.

Anzelm Iwanik jest autorem 60 prac (z czego 20 wspólnych), opublikowanych w większości w renomowanych czasopismach matematycznych.

Pierwsze jego prace dotyczyły czystej algebry, w tym teorii półgrup. Następnie zajmował się półgrupami transformacji mierzalnych i półgrupami operatorów na przestrzeniach funkcyjnych oraz ogólną teorią operatorów na takich przestrzeniach. Ostatecznie skoncentrował się na dynamice topologicznej i teorii ergodycznej, i w tych dziedzinach uzyskał swe najważniejsze wyniki. Poniżej przedstawiamy zwięzły przegląd jego dorobku naukowego. Pełniejsza analiza tego dorobku zostanie opublikowana w tomie specjalnym Colloquium Mathematicum poświęconym pamięci profesora Iwanika.

A. Algebry ogólne i półgrupy. Pierwszej z tych dziedzin poświęcone są prace [1a,b], [2] i [3], drugiej – [4], [5], [8a,b] i [9]. Prace [1a,b], cytowane potem przez J. C. Oxtoby'ego, P. Erdősa i R. D. Mauldina, zawierają interesujące wyniki dotyczące zagadnienia oszczędnego wyboru operacji podstawowych w algebrze pełnej (tzn. takiej, dla której każde działanie na jej nośniku jest algebraiczne). W [8a,b] dowodzi się, że każda półgrupa przeliczalna zanurza się w półgrupę generowaną przez trzy idempotenty. Na styku teorii półgrup przekształceń i teorii algebr Boole'a leżą zagadnienia badane w pracy [11], nawiązującej do wyników R. Sikorskiego i G. W. Mackeya.

B. Ogólna teoria operatorów na przestrzeniach funkcyjnych. W cyklu prac [7], [12], [13], [15], [20] i [21] (pokrewne tematycznie są także prace [11] i [16]) zajmował się Iwanik różnymi reprezentacjami operatorów liniowych ciągłych na przestrzeniach $L^p(\mu)$ i $C(X)$, gdzie $1 \leqslant p \leqslant \infty$, μ jest miarą dodatnią, a X – przestrzenią zwartą, zagadnieniem osiągania normy przez operatory oraz własnościami geometryczno-topologicznymi kuli jednostkowej i pewnych jej podzbiorów w przestrzeniach operatorów. W [13] podał warunki konieczne i wystarczające na to, aby kula jednostkowa $\mathcal{U}$ w $L(L^1(\mu), L^1(\nu))$ spełniała tezę twierdzenia Kreina–Milmana względem mocnej (równoważnie, słabej) topologii operatorowej. W [12] znalazł, przy pewnych założeniach o miarach μ i ν, opis punktów ekstremalnych kuli $\mathcal{U}$. (Badania nad ekstremalnością w zbiorach operatorów kontynuował jego uczeń R. Grząślewicz). Głównym wynikiem pracy [15] jest twierdzenie, że operatory osiągające normę stanowią zbiór normowo gęsty w $L(L^1(\mu), L^1(\nu))$ Twierdzenie to obaliło pewne przypuszczenie J. J. Uhla, Jr.

C. Operatory stochastyczne, operatory Markowa i zagadnienie wielo-powracania. Ważne twierdzenie pracy [16] mówi, że typowy (w sensie kategorii) operator stochastyczny jest ergodyczny i konserwatywny. Twierdzenie to omówione jest w przeglądowym artykule J. R. Choksiego i V. S. Prasada, a później zastosowane przez tych samych autorów wraz z S. J. Eigenem w pracy dotyczącej zachowywania miary przez operatory stochastyczne. Różnymi jego uogólnieniami zajmowali się też uczniowie Iwanika: W. Bartoszek i R. Rębowski. Typowość (względem różnych topologii operatorowych) własności mieszania dla operatorów stochastycznych jest z kolei tematem prac [39] i [42], natomiast w [24] bada się związki między istnieniem pierwiastków operatora stochastycznego a jego wartościami własnymi.

Do najważniejszych wyników Iwanika dotyczących operatorów Markowa należą twierdzenia podające różnego typu warunki na monoergodyczność ([18], [22], [23]). Między innymi wykazał on, że nieprzywiedlny operator Markowa T jest monoergodyczny (tzn. istnieje jedyna miara probabilistyczna T-niezmiennicza) wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje ciąg kombinacji wypukłych iteracji tego operatora zbieżny do operatora przyporządkowującego każdej funkcji ciągłej funkcję stałą. Aby wykazać istotność założeń, Iwanik skonstruował przykłady operatorów nieprzywiedlnych indukowanych przez transformacje ciągłe, które nie są monoergodyczne. Wyniki te były później uogólniane i wykorzystywane przez jego uczniów. Są one cytowane w znanej monografii U. Krengela „Ergodic Theorems” z 1985 roku.

Pewną kontynuacją wcześniejszych badań nad reprezentacją operatorów i operatorami ekstremalnymi (patrz rozdział B) jest praca [25], w której wykazano, że każdy operator stochastyczny na L^1 wyraża się jako średnia (w sensie całki) z operatorów indukowanych punktowo. W zbiorze operatorów Markowa punktami ekstremalnymi są również operatory indukowane punktowo; tym razem jednak przez transformacje ciągłe i, jak wykazał Iwanik, analogiczne twierdzenie typu Choqueta nie zachodzi. Z drugiej strony, podał pewne warunki wystarczające na to, aby operator Markowa wyrażał się jako średnia z operatorów indukowanych przez transformacje ciągłe.

Innym ważnym tematem badań Iwanika nad operatorami Markowa jest zjawisko wielo-powracania, tzn. jednoczesnego powracania punktu do swojego otoczenia pod działaniem kilku operatorów (w literaturze anglojęzycznej *multiple recurrence* albo *multi-recurrence*). Klasyczne twierdzenia Furstenberga i Furstenberga–Szemerédiego mówią o istnieniu punktów wielo-powracających dla skończenie wielu komutujących transformacji, w pierwszym przypadku ciągłych, w drugim zachowujących miarę probabilistyczną. W wersji operatorowej, mimo pozornego osłabienia pojęcia powracania, istnienie punktów wielo-powracających nie wynika wprost z twierdzeń punktowych. W pracach [26] i [28] udaje się jednak takie wynikanie uzyskać dla dwóch komutujących operatorów. Metoda polega na konstrukcji pewnej miary niezmienniczej na trajektoriach procesu (z czasem dwuwymiarowym) generowanego przez te operatory. Metoda ta zawodzi w wyższych wymiarach – w pracy [28] podano prosty, a przy tym dla wielu specjalistów zaskakujący przykład trzech komutujących macierzy stochastycznych, dla których przestrzeń trajektorii nie istnieje.

D. Dynamika topologiczna. Dziedzina ta (do której należą wspomniane już w rozdziale C przykłady operatorów niemonoergodycznych) zajmowała w drugiej połowie lat osiemdziesiątych dużo miejsca w badaniach

Iwanika. Prace [27] i [32] poświęcone są zbiorowi okresów transformacji punktowo okresowych. Główny wynik tych prac mówi, że przy dodatkowym założeniu jednakowej ciągłości, zbiór taki składa się z wielokrotności skończenie wielu liczb (zwanych bazą). Tematyka ta ma ścisły związek z pojęciem niezależności w dynamicznych układach topologicznych, któremu poświęcone są prace [31], [33] i [38]. Ich wyniki dotyczą głównie istnienia dużych (np. nieprzeliczalnych, niemierzalnych bądź miary pełnej) zbiorów niezależnych.

Do najważniejszych osiągnięć Iwanika w dynamice topologicznej należą twierdzenia dotyczące pseudometryki Weyla i układów generowanych przez ciągi Toeplitza. Oba te pojęcia pochodzą z pracy Jacobsa i Keane'a i były od końca lat sześćdziesiątych badane przez wielu matematyków. Iwanik uogólnił niektóre wyniki wspomnianej pary autorów dowodząc, że każdy punkt powracający w sensie pseudometryki Weyla generuje układ monoergodyczny o spektrum dyskretnym ([29]). W pracy [30] wykazano, że liczba zbiorów niezmienniczych, liczba miar ergodycznych i entropia topologiczna układu tranzytywnego są funkcjami dolnie półciągłymi względem pseudometryki Weyla. Jako zastosowanie rozstrzygnięto kilka problemów dotyczących możliwych realizacji tych trzech parametrów w klasie układów Toeplitza. Metody wprowadzone w [30] posłużyły potem Iwanikowi, a jego uczniom i współpracownikom służą do dziś, do konstruowania układów typu rozszerzeń prawie różnowartościowych, których zbiór miar niezmienniczych, spektrum, ranga, entropia, itp. mają różne, często zaskakujące własności.

Do układów Toeplitza powrócił Iwanik w pracach [47] i [51], gdzie bada się warunki implikujące monoergodyczność oraz konstruuje przykłady o interesujących własnościach spektralnych oraz aproksymacyjnych (między innymi przykład układu Toeplitza mającego niewymierną wartość własną). Tematyka ta była kontynuowana przez jego współpracowników.

Bardzo ogólnej dynamice topologicznej poświęcona jest również praca [55], zawierająca pełną odpowiedź na pytanie, kiedy abstrakcyjny zbiór z działającą na nim transformacją odwracalną można wyposażyć w topologię zwartą, względem której transformacja ta byłaby się homeomorfizmem. Wiadomo było już od lat pięćdziesiątych, że tak jest, gdy zbiór ma moc co najmniej continuum. W przypadku zbiorów mniejszej mocy Iwanik podał warunki konieczne i wystarczające wyrażone w języku orbit okresowych.

E. Teoria spektralna transformacji zachowujących miarę. Dziedzina ta dominowała w badaniach Iwanika od końca lat osiemdziesiątych. Początkowo ([35], [41]) zajmował się on zagadnieniami pokrewnymi wcześniej badanemu pojęciu niezależności, później jednak niemal całkowicie skupił się na teorii spektralnej. Prace [36], [37] i [40] dotyczą krotności spektralnej w przestrzeniach L^p. Zainspirowany nierozstrzygniętym do dziś pytaniem

J.-P. Thouvenota, czy automorfizm Bernoulliego może mieć proste spektrum w przestrzeniach L^p (wiadomo, że w L^2 ma zawsze spektrum nieskończenie-krotne), wykazał on, że w innej klasie automorfizmów (tzw. automorfizmów grupowych), dla każdego $p > 1$ spektrum jest również nieskończenie-krotne. Ponadto udowodnił, że w klasie automorfizmów gaussowskich krotność spektralna nie zależy od $p > 1$, oraz że dla dowolnego automorfizmu i każdego takiego p z dodatniości entropii wynika nieskończona krotność spektrum (co było wcześniej dobrze znane dla $p = 2$).

W latach dziewięćdziesiątych Iwanik opublikował wiele prac (niektóre są wspólne z innymi autorami) o produktach skośnych Anzaia ([43]–[46], [48], [50], [52], [53], [56] i [58]). Przez produkt skośny Anzaia rozumiemy (zachowujące miarę produktową) odwzorowanie

$$T : [0,1) \times [0,1) \to [0,1) \times [0,1) \quad \text{dane wzorem} \quad T(x,y) = (x+\alpha, y+\phi(x)),$$

gdzie dodawanie rozumie się modulo 1 (odcinek $[0,1)$ utożsamia się z okręgiem), α oznacza liczbę niewymierną, a ϕ – kocykl, czyli dowolną funkcję mierzalną $\phi : [0,1) \to [0,1)$. Jego wyniki mówią głównie o własnościach spektrum w zależności od gładkości kocyklu i własności aproksymacyjnych liczby α. Ograniczymy się do przedstawienia niektórych z nich.

1. Jeśli kocykl ϕ jest absolutnie ciągły, a przy tym ma stopień topologiczny różny od zera i jego pochodna ma wahanie ograniczone, to T ma spektrum przeliczalnie-krotne lebegowskie ([43]; podobne twierdzenie znane było wcześniej dla kocykli klasy C^2). Tego typu wynik uzyskano w późniejszej pracy [52] dla pewnych kocykli klasy C^1. W trudnej technicznie pracy [58] wykazano singularność spektrum dla kocykli kawałkami absolutnie ciągłych.

2. Niech α dopuszcza aproksymację wymierną z prędkością $o(1/n)$. Wtedy „większość” kocykli (tzn. zbiór rezydualny w L^1) generuje produkt skośny o randze 1 (a więc o spektrum prostym) i nie dodaje nowych wartości własnych (czyli indukuje tzw. rozszerzenie słabo mieszające, [44]). W późniejszej pracy [46] pierwsza z tych własności została udowodniona dla dowolnego α niewymiernego. Podobne twierdzenia są prawdziwe dla kocykli o zerowym stopniu topologicznym, które są klasy C^r ([48]) lub są analityczne ([50]). W pracach [48] i [50] uzyskuje się ponadto oszacowanie prędkości aproksymacji cyklicznej dla produktu skośnego oraz oszacowanie wymiaru Hausdorffa nośnika miary spektralnej.

3. Niektóre z wyników omówionych w punktach 1 i 2 zostały w pracy [53] uogólnione na przypadek torusa wielowymiarowego. Rolę stopnia topologicznego kocyklu przejmuje teraz rząd macierzy kręcenia. Najogólniej rzecz ujmując, jeśli rząd ten jest równy zero, to typowy kocykl generuje produkt skośny dopuszczający dobrą aproksymację cykliczną, stąd mający spektrum proste. Jeśli natomiast rząd ten jest równy wymiarowi torusa, to

typowe jest spektrum przeliczalne lebegowskie. W przypadkach pośrednich otrzymujemy spektrum mieszane – częściowo proste singularne, częściowo przeliczalne lebegowskie. W pracy [56] uzyskuje się opis spektrum dla pewnych kocykli o wartościach rzeczywistych.

Swoimi wynikami Iwanik wzbogacił istotnie teorię spektralną produktów skośnych, którą zajmuje się obecnie wielu wybitnych specjalistów, między innymi Lemańczyk, Liardet, Robinson, Rudolph, Thouvenot. W swoich pracach powołuje się na bogatą literaturę z tego zakresu i uogólnia wyniki różnych autorów. Podobnie, jego prace są wielokrotnie cytowane, a metody często stosowane i rozwijane.

Za osiągnięcia badawcze był Anzelm Iwanik wielokrotnie wyróżniany. Otrzymał nagrodę PTM dla młodych matematyków (1974), nagrodę Wydziału Nauk Matematyczno-Fizycznych i Chemicznych PAN (1980), trzy nagrody ministra oraz siedem nagród rektorskich.

Pod jego opieką powstały cztery rozprawy doktorskie (ich spis znajduje się poniżej) i dziewięć prac magisterskich. Trzech wypromowanych przez niego doktorów uzyskało następnie stopień doktora habilitowanego, jeden z nich jest już profesorem.

Przez kilkanaście lat prowadził, wspólnie z doc. Z. S. Kowalskim, seminarium z teorii ergodycznej w Instytucie Matematyki PWr. Obok uczniów i współpracowników występowali na nim liczni goście z wielu ośrodków krajowych i zagranicznych. Tej dziedzinie były też poświęcone dwie międzynarodowe konferencje (1989, 1997), które współorganizował. Sam uczestniczył w ponad 60 konferencjach z algebry, analizy, teorii ergodycznej i układów dynamicznych. Wykładał i pracował naukowo w USA, Kanadzie, Holandii, Korei Południowej. W ostatnich latach często gościł na uniwersytetach francuskich (Brest, Marsylia, Paryż, Rouen).

Był wielokrotnie powoływany na recenzenta w przewodach doktorskich i habilitacyjnych oraz w postępowaniach w sprawie nadania tytułu profesora. Pisał też recenzje dla wielu czasopism matematycznych, krajowych i zagranicznych. Od roku 1982 współpracował z Mathematical Reviews, a ostatnio także z Zentralblatt für Mathematik. Był członkiem komitetu redakcyjnego Colloquium Mathematicum od roku 1978 aż do śmierci. Odegrał ważną rolę w przygotowaniu do druku „Collected Mathematical Papers" E. Marczewskiego.

Niezwykle intensywną pracę naukową potrafił godzić z bogatą działalnością dydaktyczną i organizacyjną. Był utalentowanym pedagogiem, cenionym przez studentów, współpracowników i władze uczelni. Prowadził między innymi liczne i różnorodne seminaria i wykłady monograficzne dla studentów i doktorantów. Przyczynił się znacznie do podniesienia poziomu zajęć z matematyki na Wydziale Podstawowych Problemów Techniki PWr i ukształtowania oblicza naukowego tego wydziału. Przez dwie kadencje był zastępcą dyrektora Instytutu Matematyki PWr do spraw nauki i współpracy z przemysłem. Działał też w PTM, przez dwie kadencje jako wiceprezes Oddziału Wrocławskiego, a przez jedną jako prezes. O funkcje i stanowiska nie zabiegał; wszystkie przyjęte na siebie obowiązki wypełniał jednak bardzo sumiennie.

Jako nauczyciel i uczony był profesor Iwanik krytyczny i wymagający wobec studentów, uczniów i kolegów, ale – przede wszystkim – wobec siebie. Miał szerokie zainteresowania matematyczne; chętnie słuchał referatów na różnych seminariach i dużo czytał. Potrafił szybko zorientować się w nowej dla siebie problematyce, robił trafne uwagi, stawiał wnikliwe pytania. Miał autorytet nie tylko badawczy – w środowisku ceniono jego zdanie również w innych kwestiach, zwłaszcza dotyczących życia naukowego. Był ambitny, a równocześnie skromny, chętnie pomagał ludziom, cieszył się ogólną sympatią. Pogodę ducha i wielką aktywność zachował nawet w najtrudniejszym, ostatnim okresie życia, kiedy zmagał się z ciężką chorobą.

Zainteresowania Anzelma Iwanika nie ograniczały się do matematyki. Chętnie uczył się języków obcych – znał biegle angielski i francuski, dobrze rosyjski; przeczytał sporo literatury pięknej w tych językach. Z upodobaniem zwiedzał muzea, szczególną uwagę zwracał na malarstwo. Był zamiłowanym turystą, pociągały go zwłaszcza góry i jeziora. Dobrze pływał, bardzo lubił letnie wędrówki kajakowe. Wielką przyjemność sprawiało mu zbieranie grzybów i obserwowanie ptaków.

We wrześniu 1998 wybierał się samochodem do Włoch, na konferencję z funkcji rzeczywistych i teorii miary, zamierzając poświęcić w drodze trochę czasu na zwiedzanie. Niestety nagłe pogorszenie stanu zdrowia pokrzyżowało te plany i ostatecznie spowodowało jego przedwczesną śmierć.

Spis prac Anzelma Iwanika

[1a] A. Iwanik, *Remarks on infinite complete algebras*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 20 (1972), 909–910.

[1b] —, *On infinite complete algebras*, Colloq. Math. 29 (1974), 195–199.

[2] K. Głazek, —, *Quasi-constants in general algebras*, Colloq. Math. 29 (1974), 45–50.

[3] K. Głazek, —, *Independent subalgebras of a general algebra*, Colloq. Math. 29 (1974), 189–194.

[4] —, *A remark on a paper of H. Höft*, Fund. Math. 84 (1974), 79–80.

[5] —, J. Płonka, *Linear independence in commutative semigroups*, Mat. Časopis Sloven. Akad. Vied 25 (1975), 333–338.

[6] —, P649, R2 (rozwiązanie problemu Jana Mycielskiego), Colloq. Math. 34 (1975/76), 143

[7] —, *Pointwise induced operators on L^p-spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. 58 (1976), 173–178.

[8a] —, *Embedding semigroups in semigroups generated by idempotents*, w: Contributions to Universal Algebra (Szeged, 1975), Colloq. Math. Soc. János Bolyai 17, North-Holland, 1977, 205–208.

[8b] —, *An embedding theorem for semigroups*, Algebra Universalis 8 (1978), 89–90.

[9] —, *Two-sided nonsingular transformations*, w: General Topology and Its Relations to Modern Analysis and Algebra, IV (Proc. 4th Prague Topological Sympos., Prague, 1976), Part B, Soc. Czechoslovak Mathematicians and Physicists, 1977, 179–186.

[10] —, *Multiplicative operators on symmetric commutative algebras*, Colloq. Math. 37 (1977), 75–79.

[11] —, *Pointwise induced semigroups of σ-endomorphisms*, Colloq. Math. 38 (1977), 27–35.

[12] —, *Extreme contractions on certain function spaces*, Colloq. Math. 40 (1978), 147–153.

[13] —, *Extreme operators on AL-spaces*, Studia Math. 65 (1979), 103–114.

[14] —, *Weak convergence and weighted averages for groups of operators*, Colloq. Math. 42 (1979), 241–254.

[15] —, *Norm attaining operators on Lebesgue spaces*, Pacific J. Math. 83 (1979), 381–386.

[16] —, *Approximation theorems for stochastic operators*, Indiana Univ. Math. J. 29 (1980), 415–425; Erratum, ibidem 30 (1981), 319.

[17] —, Z. Lipecki, *O pracach matematycznych Edwarda Marczewskiego*, Wiadom. Mat. (2) 22 (1980), 221–238.

[18] —, *On pointwise convergence of Cesaro means and separation properties for Markov operators on $C(X)$*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 29 (1981), 515–520.

[19] —, J. Płonka, *Selector mappings and idempotent endomorphisms*, w: Universal Algebra (Esztergom, 1977), Colloq. Math. Soc. János Bolyai 29, North-Holland, 1982, 413–418.

[20] —, *On norm attaining operators acting from $L^1(\mu)$ to $C(S)$*, w: Proc. 10th Winter School on Abstract Analysis (Srní, 1982), Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl. No. 2 (1982), 147–152.

[21] —, *Representation of operators on L^1-spaces by nondirect product measures*, Colloq. Math. 47 (1982), 91–95.

[22] —, *Unique ergodicity of irreducible Markov operators on $C(X)$*, Studia Math. 77 (1984), 81–86.

[23] —, *Non-uniquely ergodic minimal systems*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 32 (1984), 471–478.

[24] —, R. Shiflett, *The root problem for stochastic and doubly stochastic operators*, J. Math. Anal. Appl. 113 (1986), 93–112.

[25] —, *Integral representations of stochastic kernels*, w: Aspects of Positivity in Functional Analysis (Tübingen, 1985), Elsevier Sci. Publ. (North-Holland), 1986, 223–230.

[26] —, *Multiple recurrence for discrete time Markov processes*, Colloq. Math. 51 (1987), 165–174.

[27] —, L. Janos, Z. Kowalski, *Periods in equicontinuous dynamical systems*, w: Nonlinear Analysis, World Sci. Publishing, 1987, 355–365.

[28] T. Downarowicz, —, *Multiple recurrene for discrete time Markov processes. II*, Colloq. Math. 55 (1988), 311–316.

[29] —, *Weyl almost periodic points in topological dynamics*, Colloq. Math. 56 (1988), 107–119.

[30] T. Downarowicz, —, *Quasi-uniform convergence in compact dynamical systems*, Studia Math. 89 (1988), 11–25.

[31] —, J. Mioduszewski, *Independence with respect to families of characters*, Colloq. Math. 56 (1988), 383–392.

[32] —, *Period structure for pointwise periodic isometries of continua*, Acta Univ. Carolin. Math. Phys. 29 (1988), 19–21.

[33] —, *Independent sets of transitive points*, w: Dynamical Systems and Ergodic Theory (Warsaw, 1986), Banach Center Publ. 23, PWN, 1989, 277–282.

[34] —, *A property of doubly stochastic densities*, w: 17th Winter School on Abstract Analysis (Srní, 1989), Acta Univ. Carolin. Math. Phys. 30 (1989), 65–67.

[35] —, *Monothetic groups of measure preserving transformations*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 37 (1989), 289–293.

[36] —, *The problem of L^p-simple spectrum for ergodic group automorphisms*, Bull. Soc. Math. France 119 (1991), 91–96.

[37] —, J. de Sam Lazaro, *Sur la multiplicité L^p d'un automorphisme gaussien*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 312 (1991), 875–876.

[38] —, *Independence and scrambled sets for chaotic mappings*, w: The Mathematical Heritage of C. F. Gauss, World Sci. Publishing, 1991, 372–378.

[39] —, R. Rębowski, *Structure of mixing and category of complete mixing for stochastic operators*, Ann. Polon. Math. 56 (1992), 233–242.

[40] —, *Positive entropy implies infinite L^p-multiplicity for $p > 1$*, w: Ergodic Theory and Related Topics, III (Güstrow, 1990), Lecture Notes in Math. 1514, Springer, 1992, 124–127.

[41] —, *A large set containing few orbits of measure preserving transformations*, Aequationes Math. 43 (1992), 156–158.

[42] —, *Baire category of mixing for stochastic operators*, w: Measure Theory (Oberwolfach, 1990), Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl. No. 28 (1992), 201–217.

[43] —, M. Lemańczyk, D. Rudolph, *Absolutely continuous cocycles over irrational rotations*, Israel J. Math. 83 (1993), 73–95.

[44] —, J. Serafin, *Most monothetic extensions are rank-*1, Colloq. Math. 66 (1993), 63–76.

[45] —, *Cyclic approximation of ergodic step cocycles over irrational rotations*, Acta Univ. Carolin. Math. Phys. 34 (1993), 59–65.

[46] —, *Cyclic approximation of irrational rotations*, Proc. Amer. Math. Soc. 121 (1994), 691–695.

[47] —, Y. Lacroix, *Some constructions of strictly ergodic non-regular Toeplitz flows*, Studia Math. 110 (1994), 191–203.

[48] —, *Generic smooth cocycles of degree zero over irrational rotations*, Studia Math. 115 (1995), 241–250.

[49] —, *Approximation by periodic transformations and diophantine approximation of the spectrum*, w: Ergodic Theory of Z^d actions (Warwick, 1993–1994), London Math. Soc. Lecture Note Ser. 228, Cambridge Univ. Press, 1996, 387–401.

[50] —, *Cyclic approximation of analytic cocycles over irrational rotations*, Colloq. Math. 70 (1996), 73–78.

[51] —, *Toeplitz flows with pure point spectrum*, Studia Math. 118 (1996), 27–35.

[52] —, *Anzai skew products with Lebesgue component of infinite multiplicity*, Bull. London Math. Soc. 29 (1997), 195–199.

[53] —, *Spectral properties of skew-product diffeomorphisms of tori*, Colloq. Math. 72 (1997), 223–235.

[54] —, M. Lemańczyk, T. de la Rue, J. de Sam Lazaro, *Quelques remarques sur les facteurs des systèmes dynamiques gaussiens*, Studia Math. 125 (1997), 247–254.

[55] —, *How restrictive is topological dynamics*? Comment. Math. Univ. Carolin. 38 (1997), 563–569.

[56] —, *Ergodicity for piecewise smooth cocycles over toral rotations*, Fund. Math. 157 (1998), 235–244.

[57] C. D e l l a c h e r i e, —, *Sous-mesures symétriques sur un ensemble fini*, w: Séminaire de Probabilités, XXXII, Lecture Notes in Math. 1686, Springer, 1998, 1–5.

[58] —, M. L e m a ń c z y k, C. M a u d u i t, *Piecewise absolutely continuous cocycles over irrational rotations*, J. London Math. Soc. (2) 59 (1999), 171–187.

Przyjęte do druku

[59] —, J. S e r a f i n, *Code length between Markov processes*, Israel J. Math.

[60] G. B a r a t, T. D o w n a r o w i c z, —, P. L i a r d e t, *Propriétés topologiques et combinatoires des échelles de numération*, Colloq. Math.

Prace doktorskie napisane pod kierunkiem A. Iwanika

R. G r z ą ś l e w i c z, *Własności strukturalne operatorów nieujemnych na przestrzeniach* L^p, Politechnika Wrocławska, 1981.

W. B a r t o s z e k, *Własności ergodyczne operatorów markowskich na zwartej przestrzeni fazowej*, Politechnika Wrocławska, 1982.

T. D o w n a r o w i c z, *Odwzorowania słabo prawie okresowe na przestrzeniach zwartych*, Politechnika Wrocławska, 1983.

R. R ę b o w s k i, *Funkcje niezmiennicze i miary niezmiennicze operatorów markowskich na* $C(X)$, Politechnika Wrocławska, 1986.