

## Recenzje

*Przestrzenie Banacha*, W&B Studio Wola i Telewizja Polska S.A., reż. Krzysztof Lang, scenariusz Jerzy Janicki, zdjęcia Henryk Janas. W roli Stefana Banacha Wojciech Dmowski, w roli młodych matematyków lwowskich m.in. Rafał Łatała, Kszysztof Oleszkiewicz, Michał Wojciechowski i Jakub Wojtaszczyk

Latem 2006 roku w telewizji można było obejrzeć film o Stefanie Banachu. Jest to ciekawy obraz, zrobiony w formie fabularyzowanej, z interesującym podkładem muzycznym, którego wiodący temat to bardzo „matematyczny” akord w tonacji fis-moll: cis-d-cis-a-fis. Banacha, Steinhausa i innych matematyków grają aktorzy, ale od czasu do czasu zabierają głos znani współcześni matematycy (m.in. Stanisław Kwapien, Wiesław Żelazko i Aleksander Pełczyński). Film opowiada o latach szkolnych Stefana Banacha, o jego studiach na Politechnice, karierze akademickiej i trochę o życiu prywatnym. Oczywiście najważniejszą sprawą jest pokazanie go jako wyjątkowego uczonego i na tym film się koncentruje. Zdjęcia przedwojennego Lwowa mieszają się z ujęciami dzisiejszymi. Stefan Banach spaceruje po ulicach pełnych samochodów i ukraińskich napisów. W komentarzu odnajdujemy zdania ze wspomnień Hugona Steinhausa, a także kilka fraz autorstwa niżej podpisanego z artykułu z 1978 roku o Polskiej Szkole Matematycznej.

Mam swój ciekawy, choć tylko epsilony wkład w powstanie filmu. Otóż reżyser jest moim znajomym z klubu tatrzańskiego i zadzwonił do mnie pewnej niedzieli, mówiąc „Realizuję film o Banachu i potrzebuję statystów – młodych studentów lub naukowców, którzy mogliby zagrać matematyków w scenach w kawiarni Szkołkiej.

Pomożesz?” – Oczywiście – odpowiedziałem, – ale dlaczego mają to być matematycy? Przecież możesz wziąć byle kogo. Nikt nie ma na czole wypisane, że jest matematykiem!

– To ci się tylko tak wydaje! Tam aktor grający Banacha będzie pisał wzory na marmurowym blacie, chodzi o to, żeby kiwali głowami ze zrozumieniem, no a może ktoś z nich coś sam napisze. No jak, zorganizujesz jakichś swoich studentów albo znajomych?

Podejście reżysera spodobało mi się. Każdy z nas zna to zjawisko, owo kiwanie głową w odpowiednim momencie, ten charakterystyczny wyraz twarzy, świadczący o tym, że student nadaża za naszym wykładem. Zacząłem się zastanawiać, jak reżyser pokaże warsztat pracy genialnego matematyka i nade wszystko: czy uda mu się uchwycić, zatrzymać w kadrze ową genialność. Czy nie będzie to film płaski, opowiadający poprawnie życiorys uczonego – plus obiegowe banały o Królowej Nauk? Takie filmy tworzyli i bardziej znani polscy reżyserzy. Czy będą to (używając porównania Marka Kordosa) historyjki zamiast historii? Czy i jak reżyser pokaże scenkę, analogiczną do tej, którą dobrze mam przed oczami, choć nie byłem jej świadkiem. Opowiadała mi to siostra znanego polskiego matematyka. Szli w sierpniu na Krzyżne, była piękna, nastrojowa, słoneczna pogoda:

– I wyobraź sobie, w Pańszczycy brat nagle powiedział: „zaczekaj”, wyjął kartkę i długopis, zamyślił się, coś napisał i powiedział z ulgą: „Od rana mi to spokoju nie dawało, ale teraz już jest dobrze, ten lemat jest prawdziwy, *no division implies chaos*. Możemy iść dalej”.

Myślałem dalej tak. Na niektórych uniwersytetach europejskich powstają Zakłady Komunikacji Matematycznej. „Komunikacja” brzmi o wiele lepiej niż „popularyzacja” – nie kojarzy się z pop-kulturą i bardziej opisuje to, o co nam chodzi. Chcemy przecież komunikować się ze społeczeństwem, a nie tylko w efektywnej i niekiedy żartobliwej formie opisywać, czym się zajmujemy. Czy film o Stefanie Banachu będzie nam mógł służyć jako pomoc w tej komunikacji?

I wreszcie postawiłem sobie pytanie, czy i w jakim stopniu postać Banacha będzie potraktowana instrumentalnie? Czy nie wykorzysta się jego obrazu do utrwalenia *cliche* matematyka: fajtłapowaty młodzieniec, zapatrzoney w naukę, której nikt nie lubi, nie umie i nie rozumie?

Byłem właściwie pewny, że znany z nastrojowych filmów Krzysztof Lang zrobi dobry, rzetelny obraz. I tak się stało.

Jak wspomniałem, znany nam wszystkim swoisty klimat tworzenia matematyki i dochodzenia do odkryć jest w filmie Krzysztofa Langa prawdziwie i uczciwie przedstawiony. Dr hab. Krzysztof Oleszkiewicz i dr hab. Rafał Latała piszą na marmurowym blacie Kawiarni Szkockiej (zrobionej w kawiarni *Nowy Świat* w Warszawie) wzory na iloczyn macierzy i rzeczywiście widz nie wątpi, że to rozumieją i że jest to dla nich coś ważnego. Stefan Banach pyka potakująco i popija koniak. Nie myli się na wykładzie w definicji normy – a choć czuje się, że to tylko dobrze nauczony aktor, to nie razi to wcale. Ciekawe są aluzje do sceny „matematyk w dolinie Pańszczycy”. To tam, gdzie lektor (Adam Ferency) mówi, że Banach właściwie stale myślał tylko o matematyce a pracować mógł wszędzie i w każdych warunkach. Jedyne istotne przekłamanie, jakie zauważyłem, pojawia

się wtedy, gdy mowa jest o planach, by Banach pracował po wojnie na Uniwersytecie Jagiellońskim – na ekranie widzimy zaś 3 piętro Instytutu Matematyki w Warszawie. Poza tym z ust świadka ostatnich godzin życia Banacha pada błędna data jego śmierci, potem sprostowana.

Jedna – ale tylko jedna – rzecz mnie razi. Jako przykład wybitnego rozumu Banacha w filmie jest przytoczone pytanie, jakie zadał młody Stefan księdzu: czy wszechmogący Bóg może stworzyć taki kamień, którego sam nie może podnieść. Otóż już w XIX wieku dowcip ten miał długą brodę.

Za to wiadoma scena na Plantach krakowskich (Steinhaus, Banach, Nikodym, cała Lebesgue’a) jest ładnie odegrana. Ciekawie jest spojrzeć na „młodego Hugona Steinhausa”. Film pokazuje Lwów stary i nowy. Zdjęcia są bardzo interesująco skomponowane, a Zofia Terne przekonuje nas śpiewem, że kochać się można tylko tam. Widzowie o bardziej nastrojowym usposobieniu wrzuszają się, gdy przy końcu filmu Stefan Banach mówi, że „to za mała suma za opuszczenie Polski” (gdą w 1938 roku młody von Neumann, wysłannik Norberta Wienera wręcza Banachowi czek z wpisaną jedynką i propozycją, by dopisał do niej tyle zer, ile uzna za stosowne) – no i mało znanymi okolicznościami śmierci Twórcy Analizy Funkcjonalnej, w wieku 53 lat, w pierwszych miesiącach po zakończeniu wojny.

Moje rozterki zostały rozwiane. Film mówi prawdę o Banachu i prawdę o nas samych. Reżyser nie wpadł ani w patos ani w sztampę pokazywania matematyki i jej twórców jako nieszkodliwych dziwaków. Może tylko szkoda, że widz nie dowie się z filmu o żadnym problemie matematycznym. Nie jest to też film dokumentalny; można go nazwać fabularyzowanym reportażem. Zwięzłością narracji przypomina *Lapidarium* Ryszarda Kapuścińskiego.

Uczeni, którzy tworzyli przedwojenną Polską Szkołę Matematyczną, odeszli już od nas. Na emeryturze jest już większość ich uczniów. Uczniowie uczniów nie zawsze potrafią dobrze wyjaśnić, czym była i dlaczego

rozkwitła owa Szkoła. Film nie analizuje tego. Nie to było jego celem. Ale przyczyni się do tego, by „ocalić od zapomnienia” najważniejszy fragment historii naszej nauki.

Film nosi tytuł *Przestrzenie Banacha*. Dla nas powinien nazywać się inaczej, a mianowicie *Przestrzenie, w których bywał*

*Stefan Banach*. Żeby dostrzec tę olbrzymią różnicę, trzeba oczywiście być matematykiem. Ale żeby się wzruszyć, nie trzeba rozumieć czym jest *przestrzeń liniowa unormowana i zupełna*.

*Michał Szurek*

Henryk Ż o ł ą d e k, *The Monodromy Group*, Birkhauser, Basel-Boston 2006, str. Xi+580, ISBN 978-3-7643-7535-5.

Zacznę od wytłumaczenia głównego tematu tej książki – monodromii. Monodromia jest wszechobecna w matematyce. Występuje w funkcjach zespolonych, w równaniach różniczkowych, w topologii, w geometrii algebraicznej i różniczkowej. Po raz pierwszy słowo monodromia występuje w Twierdzeniu Riemanna o monodromii:

*Gdy przedłużamy element analityczny  $f$  (funkcję jednej zmiennej zespolonej analityczną w otoczeniu punktu  $z_0$ ) wzdłuż krzywej zamkniętej nieprzecinającej się i jeśli  $f$  jest lokalnie przedłużalna analitycznie przez każdy punkt obszaru ograniczonego przez tę krzywą, to wracamy do tego samego elementu analitycznego, to znaczy  $f$  jest jednowartościowa.*

Dla funkcji wieloznacznej monodromia opisuje zachowanie się funkcji przy obchodzeniu punktu osobliwego, przez który funkcja nie przedłuża się w sposób regularny. Niech  $\mathcal{F}$  oznacza zbiór elementów analitycznych w otoczeniu  $z_0$ , do których można dojść przedłużając  $f$  analitycznie wzdłuż różnych krzywych zamkniętych. Ustalając krzywą zamkniętą i przedłużając wzdłuż niej dowolny element zbioru  $\mathcal{F}$ , otrzymujemy znów element zbioru  $\mathcal{F}$ . To określa element monodromii, permutację zbioru  $\mathcal{F}$ . Zbiór permutacji odpowiadających wszystkim zamkniętym krzywym tworzy grupę monodromii funkcji wieloznacznej  $f$  względem działania superpozycji.

Podobna sytuacja zachodzi zawsze, gdy przedłużamy lokalne rozwiązanie równania różniczkowego lub układu równań wzdłuż krzywej. Otrzymaną funkcję wieloznaczną

możemy traktować jako nakrycie, czyli rozwłóknienie z dyskretnym włóknem  $\mathcal{F}$ . Ogólniej, możemy rozważać dowolne rozwłóknienie, którego włókno  $\mathcal{F}$  jest przestrzenią topologiczną i być może ma dodatkową strukturę różniczkowalną lub algebraiczną. Obchodząc punkt bazy odpowiadający osobliwemu włóknu naszego rozwłóknienia, otrzymujemy element monodromii, który jest klasą homeomorfizmu lub dyfeomorfizmu włókna  $\mathcal{F}$ , z dokładnością do izotopii, a grupa monodromii jest podgrupą grupy klas automorfizmów włókna. Nazywamy ją geometryczną grupą monodromii. Homeomorfizm włókna indukuje automorfizm algebraicznej struktury włókna, przede wszystkim grup homologii i pierścienia kohomologii. Automorfizmy indukowane przez elementy grupy monodromii tworzą algebraiczną grupę monodromii.

W książce *The Monodromy Group* autor rozważa najróżniejsze sytuacje, w których występuje monodromia. Książka jest bardzo ciekawa. Autor ma ogromną wiedzę w wielu dziedzinach matematyki i dzieli się tą wiedzą z czytelnikiem. W zasadzie książka nie wymaga od czytelnika dużej wiedzy początkowej. Z algebry, topologii i funkcji zespolonych wystarczy podstawowy materiał, który zwykle zawarty jest w wykładach z pierwszych dwóch lat studiów. Z analizy trzeba wiedzieć więcej: znać pojęcie rozmaitości różniczkowalnej, wiązki stycznej i form różniczkowych. Autor uczy wszystkiego, co trzeba dalej wiedzieć, ale wymaga to od czytelnika bardzo dużo pracy. Jest to książka dla dobrych, pracowitych i samodzielnych studen-