Kolejny rozdział poświęcony jest kompozycjom wielościanów foremnych i powstającym w ten sposób nowym wielościanom. Rozdział trzeci traktuje o wielościanach archimedesowych zwanych też półforemnymi. Odkrył je prawdopodobnie Archimedes, i na niego to powoływali się Heron z Aleksandrii i Pappus opisując wielościany tego typu. Ich pełny opis przedstawił Johannes Kepler. Są to wielościany zbudowane z wielokątów foremnych, z tym że ich ściany mogą być różnego typu. Zestawienie informacji o różnych wielościanach archimedesowych zaprezentowanych w tym rozdziale przynosi zamykająca go tabelka. Kolejny rozdział mówi o wielościanch dualnych do archimedesowych – nazywa się je wielościanami Catalana, od nazwiska matematyka belgijskiego Eugena Catalana (1814–1994), który jako pierwszy je opisał. Rozdział piąty traktuje o wielościanach foremnych gwiaździstych. Główną część książki zamyka rozdział, w którym znalazły się wielościany nie mieszczące się w przyjętej klasyfikacji (znajdujemy tu m.in. wielościany jednostajne, czyli uogólnienia wielościanów archimedesowych, ale także liczne inne).

Do książki dołączono trzy dodatki. Jak wspomniano wyżej, pierwszy z nich przynosi definicję wielościanu. W drugim mamy dowód tego, że istnieje dokładnie pięć wielościanów foremnych. Ostatni dodatek zawiera sześć siatek, które pozwolą czytelnikowi samemu wykonać modele wielościanów.

Książka napisana jest jasno, przystępnym i precyzyjnym językiem. Nie zakłada się żadnej uprzedniej wiedzy czy znajomości skomplikowanych pojęć z geometrii, bazuje się jedynie na intuicji i ogólnej kulturze matematycznej czytelnika. Jest to znakomity przewodnik po fascynującym świecie wielościanów.

Na podkreślenie zasługuje niezwykle staranna edycja książki (za co należą się słowa pochwały Wydawnictwu!). Zamieszczono w niej ponad dwieście wygenerowanych komputerowo rycin ilustrujących omawiane wielościany i pozwalających je sobie wyobrazić. Wszystkie wykonane są niezwykle starannie i pomysłowo. Mamy też w książce ilustracje pokazujące przykłady minerałów mających kształt wielościanów (wszystkie one pochodzą ze zbiorów autora) oraz reprodukcje dzieł sztuki wykorzystujących wielościany (m.in. grafiki tajemniczego holenderskiego artysty M.C. Eschera).

Książka niewątpliwie znajdzie liczne grono czytelników w różnych środowiskach. Sięgną po nią zarówno uczniowie, jak i nauczyciele, a także hobbiści zainteresowani geometrią. Również zawodowym matematykom jej lektura (czy choćby przekartkowanie) przyniesie wiele pięknych chwil.

Roman Murawski

Jerzy O m b a c h, *Rachunek prawdopodobieństwa wspomagany komputerowo – Maple*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2000, str. 224, ISBN 83-233-1390-3.

Na polskim rynku wydawniczym znaleźć można wiele podręczników akademickich do rachunku prawdopodobieństwa. Czym różni się od nich recenzowany podręcznik? Odpowiedź znajdujemy w jego podtytule – wspomagany komputerowo. Ilustracją tej różnicy może być następujący przykład. W „klasycznych” podręcznikach zagadnienie obliczenia wartości oczekiwanej zmiennej losowej X o rozkładzie geometrycznym przedstawione jest mniej więcej tak:

$$\mathrm{E}(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1}p$$

$$= p\sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1} = p\frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}.$$

W podręczniku Ombacha (strona 112) wygląda ono następująco

$$> \ m \ := \ sum((1-p)\hat{}(k-1) * p * k, \quad k = 1..infinity);$$

$$m \ := \ \frac{1}{p}$$

Nie wymaga ona zatem od czytelnika umiejętności sprawnego posługiwania się aparatem analizy matematycznej, zastępując ją umiejętnością sprawnego posługiwania się programami komputerowymi (w tym przypadku MAPLE). Sądzę, że pomysł ten (choć pewnie dyskusyjny) bardzo spodoba się studentom, zwłaszcza kierunków ekonomicznych, inżynierskich oraz przyrodniczych, czyli tym, do których podręcznik ten jest adresowany.

Szczególną zaletą tej książki jest przystępny sposób prowadzenia wykładu. Nacisk położony jest na zrozumienie idei i konstrukcji probabilistycznych. Materiał ilustrowany jest wieloma przykładami, wykorzystującymi często symulacje komputerowe. Jednocześnie, jak przystało na współczesny podręcznik z tej dziedziny, wykład z rachunku prawdopodobieństwa oparty jest na teorii miary i całki, z zachowaniem wszelkich rygorów matematycznych (pominięto jedynie wiele dowodów twierdzeń).

Co dokładnie znajdziemy w tym podręczniku? Rozdział pierwszy poświęcony jest teorii miary i całki. W bardzo przystępny sposób autor omawia pojęcia σ-algebry zbiorów, zbioru borelowskiego, miary (ze szczególnym uwzględnieniem miary Lebesgue'a), funkcji mierzalnej oraz całki względem miary. Pokazana jest różnica pomiędzy całką Riemanna a całką Lebesgue'a oraz sposób ich obliczania przy wykorzystaniu programu MAPLE.

Rozdział drugi poświęcony jest przestrzeniom probabilistycznym. W zwięzły, wręcz elementarny, sposób omówiona jest klasyczna i geometryczna definicja prawdopodobieństwa oraz zagadnienia związane z pojęciami prawdopodobieństwa warunkowego i niezależności zdarzeń.

W rozdziale trzecim autor omawia podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa (zarówno dyskretne jak i ciągłe), wprowadza pojęcia zmiennej oraz wektora losowego. Omawia zagadnienia niezależności zmiennych losowych, funkcji zmiennych i wektorów losowych – wszystko w bardzo skondensowanej formie – jedyny rozważany przykład funkcji wektora losowego to suma zmiennych losowych. Ostatni fragment tego rozdziału poświęcony jest metodom generowania liczb pseudolosowych. Zważywszy na charakter książki, zagadnienie to jest szczególnie ważne.

W dalszej części wykładu omówione są pojęcia parametrów rozkładów zmiennych losowych (wartość oczekiwana, wariancja, momenty) ich własności oraz sposoby obliczania. Prawa wielkich liczb, a na zakończenie rozdziału czwartego, krótko również pojęcia korelacji i regresji.

Rozdział piąty zawiera przegląd ważniejszych rozkładów prawdopodobieństwa, a przy okazji omawiania rozkładu normalnego, znalazło się również miejsce na podanie centralnego twierdzenia granicznego Lindeberga-Levy'ego wraz z przykładami jego zastosowania. Tak jak w całej książce, autor poza podaniem formalnych definicji rozkładów, wyjaśnia ich genezę oraz podaje szereg zastosowań, ilustrując wykład licznymi wykresami i obliczeniami wykorzystującymi MAPLE.

Ostatni, szósty rozdział poświęcony jest łańcuchom Markowa. W zrozumieniu takich pojęć jak, nieredukowalność, okresowość czy ergodyczność pomagają liczne przykłady, wykorzystujące procedury pozwalające symulować zachowanie łańcuchów Markowa.

Każdy z rozdziałów książki kończy się ćwiczeniami z MAPLE. Zawierają one pełny kod procedur, dzięki czemu student (czy ktokolwiek kto sięgnie po ten podręcznik) może samodzielnie wykonać zamieszczone tam przykłady. Co więcej, na co zwraca również uwagę autor w przedmowie, może on modyfikować występujące w procedurach parametry, zyskując przez to nowe doświadczenia.

Oprócz ćwiczeń z MAPLE, na końcu każdego z rozdziałów umieszczone są zadania do samodzielnego rozwiązania. Trochę szkoda, że zdecydowana większość z nich, to zadania teoretyczne, nie odwołujące się do MAPLE.

Jeszcze dwie uwagi językowe. Autor konsekwentnie używa nazwy „nadzieja matematyczna". Jest ona oczywiście poprawna, ale chyba najrzadziej używana – ta popularna nazwa, to wartość oczekiwana. Po wykładzie z rachunku prawdopodobieństwa, następnym będzie często wykład ze statystyki. Autor w spisie literatury podaje wiele przykładów popularnych podręczników z tej dziedziny. W żadnym z nich nazwa „nadzieja matematyczna" nie jest wykorzystywana, a w zdecydowanej większości nawet wspomniana. Z kolei w zadaniu 2.8 na stronie 61 autor używa nazwy „metoda największej wiarygodności", choć chyba we wszystkich podręcznikach statystyki matematycznej używana jest nazwa „metoda największej wiarogodności" – różnica niby niewielka, ale ...

Podsumowując, uważam książkę Ombacha za bardzo ciekawą i nowatorską propozycję wykładu z rachunku prawdopodobieństwa. Zintegrowanie ścisłego, opartego na teorii miary i całki wykładu z ilustrującymi go przykładami w MAPLE, dało bardzo interesującą (nie tylko dla młodego czytelnika) całość.

Waldemar Wołyński

Franciszek H. S z a f r a n i e c, *Przestrzenie Hilberta z jądrem reprodukującym*, Wydawnictwo UJ, Kraków 2004, 109 + ix str., ISBN 83-233-1958-8

Jądra reprodukujące przestrzeni Hilberta to fascynujące narzędzie pozwalające wiązać teorię przestrzeni Hilberta i operatorów na takich przestrzeniach z teorią funkcji analitycznych. Pojęcie to kojarzy mi się przede wszystkim z potężnymi wynikami o szacowaniu jądra Bergmana (chyba najsłynniejszego jądra reprodukującego) i ich zastosowaniami do analizy zespolonej. Wyniki Feffermana [5], Boutet de Monvel i Sjöstranda [2], czy Kerzmana [8] o własnościach jądra Bergmana na obszarach silnie pseudowypukłych, czy też piękny dowód Bella i Ligockiej [1] twierdzenia Feffermana o rozszerzeniu funkcji biholomorficznej na obszarze silnie pseudowypukłym na jego brzeg, to wielkie osiągnięcia analizy. Jądra to też oczywiście projekcje Bergmana i Szegö i cała teoria ich ograniczoności. Z takimi skojarzeniami wziąłem do ręki małą książkę Franciszka Szafrańca, profesora Uniwersytetu Jagiellońskiego, „Przestrzenie Hilberta z jądrem reprodukującym". Była jeszcze jedna refleksja: czy warto monografię matematyczną publikować po polsku ograniczając z góry jej dostępność? Czy nie lepiej byłoby ją napisać po angielsku?

Gdy tylko otworzyłem książkę otrzymałem w przedmowie odpowiedź autora na to ostatnie pytanie - recenzowana książka nie jest typową monografią. Jak pisze prof. Szafraniec: stanowi ona "zbiór przemyśleń wynikłych z prowadzenia wykładów". Zatem jest to raczej ambitny skrypt niż prawdziwa monografia, tym bardziej, że jak zastrzega autor wybór tematów jest subiektywny. Książka liczy 109 stron (plus krótka przedmowa) i zawiera 4 rozdziały oraz krótkie uzupełnienie zawierające zestawienie niektórych pojęć teorii operatorów. Całość zamyka skorowidz pojęć, lista symboli i 3 strony literatury, bardzo pomocne czytelnikowi.

Najdłuższy, pierwszy rozdział poświęcony jest ogólnej teorii przestrzeni z jądrem reprodukującym. W ujęciu autora każda przestrzeń Hilberta ma jądro reproduku-