

rozkwitła owa Szkoła. Film nie analizuje tego. Nie to było jego celem. Ale przyczyni się do tego, by „ocalić od zapomnienia” najważniejszy fragment historii naszej nauki.

Film nosi tytuł *Przestrzenie Banacha*. Dla nas powinien nazywać się inaczej, a mianowicie *Przestrzenie, w których bywał*

*Stefan Banach*. Żeby dostrzec tę olbrzymią różnicę, trzeba oczywiście być matematykiem. Ale żeby się wzruszyć, nie trzeba rozumieć czym jest *przestrzeń liniowa unormowana i zupełna*.

*Michał Szurek*

Henryk Ż o ł ą d e k, *The Monodromy Group*, Birkhauser, Basel-Boston 2006, str. Xi+580, ISBN 978-3-7643-7535-5.

Zacznę od wytłumaczenia głównego tematu tej książki – monodromii. Monodromia jest wszechobecna w matematyce. Występuje w funkcjach zespolonych, w równaniach różniczkowych, w topologii, w geometrii algebraicznej i różniczkowej. Po raz pierwszy słowo monodromia występuje w Twierdzeniu Riemanna o monodromii:

*Gdy przedłużamy element analityczny  $f$  (funkcję jednej zmiennej zespolonej analityczną w otoczeniu punktu  $z_0$ ) wzdłuż krzywej zamkniętej nieprzecinającej się i jeśli  $f$  jest lokalnie przedłużalna analitycznie przez każdy punkt obszaru ograniczonego przez tę krzywą, to wracamy do tego samego elementu analitycznego, to znaczy  $f$  jest jednwartościowa.*

Dla funkcji wieloznacznej monodromia opisuje zachowanie się funkcji przy obchodzeniu punktu osobliwego, przez który funkcja nie przedłuża się w sposób regularny. Niech  $\mathcal{F}$  oznacza zbiór elementów analitycznych w otoczeniu  $z_0$ , do których można dojść przedłużając  $f$  analitycznie wzdłuż różnych krzywych zamkniętych. Ustalając krzywą zamkniętą i przedłużając wzdłuż niej dowolny element zbioru  $\mathcal{F}$ , otrzymujemy znów element zbioru  $\mathcal{F}$ . To określa element monodromii, permutację zbioru  $\mathcal{F}$ . Zbiór permutacji odpowiadających wszystkim zamkniętym krzywym tworzy grupę monodromii funkcji wieloznacznej  $f$  względem działania superpozycji.

Podobna sytuacja zachodzi zawsze, gdy przedłużamy lokalne rozwiązanie równania różniczkowego lub układu równań wzdłuż krzywej. Otrzymaną funkcję wieloznaczną

możemy traktować jako nakrycie, czyli rozwłóknienie z dyskretnym włóknom  $\mathcal{F}$ . Ogólniej, możemy rozważać dowolne rozwłóknienie, którego włókno  $\mathcal{F}$  jest przestrzenią topologiczną i być może ma dodatkową strukturę różniczkowalną lub algebraiczną. Obchodząc punkt bazy odpowiadający osobliwemu włóknu naszego rozwłóknienia, otrzymujemy element monodromii, który jest klasą homeomorfizmu lub dyfeomorfizmu włókna  $\mathcal{F}$ , z dokładnością do izotopii, a grupa monodromii jest podgrupą grupy klas automorfizmów włókna. Nazywamy ją geometryczną grupą monodromii. Homeomorfizm włókna indukuje automorfizm algebraicznej struktury włókna, przede wszystkim grup homologii i pierścienia kohomologii. Automorfizmy indukowane przez elementy grupy monodromii tworzą algebraiczną grupę monodromii.

W książce *The Monodromy Group* autor rozważa najróżniejsze sytuacje, w których występuje monodromia. Książka jest bardzo ciekawa. Autor ma ogromną wiedzę w wielu dziedzinach matematyki i dzieli się tą wiedzą z czytelnikiem. W zasadzie książka nie wymaga od czytelnika dużej wiedzy początkowej. Z algebry, topologii i funkcji zespolonych wystarczy podstawowy materiał, który zwykle zawarty jest w wykładach z pierwszych dwóch lat studiów. Z analizy trzeba wiedzieć więcej: znać pojęcie rozmaitości różniczkowalnej, wiązki stycznej i form różniczkowych. Autor uczy wszystkiego, co trzeba dalej wiedzieć, ale wymaga to od czytelnika bardzo dużo pracy. Jest to książka dla dobrych, pracowitych i samodzielnych studen-

tów, wymaga też dużo pracy od doświadczonych matematyków, ale po włożeniu tej pracy można się bardzo dużo z tej książki nauczyć.

Autor naświetla problemy z różnych punktów widzenia, pokazuje związki między różnymi dziedzinami matematyki. Książka jest dosyć jednorodna pod względem trudności. Nawet proste dowody są tylko naszkicowane, za to większość trudnych twierdzeń jest podanych ze szkicem dowodu, co pozwala dobrze zrozumieć ich miejsce i znaczenie w matematyce, a szkic jest wystarczająco szczegółowy, aby przy włożeniu pracy uzupełnić dowód samodzielnie.

Opiszę w wielkim skrócie zawartość książki. Autor bardzo prędko wprowadza nas we współczesną matematykę, jej metody i narzędzia. Po zapoznaniu czytelnika z wymienionym wyżej Twierdzeniem Riemanna, autor uczy Teorii Morse'a dla funkcji na powierzchni i na wyżej wymiarowej rozmaitości, wprowadza intuicyjnie pojęcie charakterystyki Eulera i uczy podstawowej teorii punktów osobliwych pola wektorowego. Następnie autor rozwija teorię osobliwości funkcji holomorficznycy wielu zmiennych według Milnora i Arnolda. Wprowadza pojęcie mini-versalnej deformacji osobliwości i związanej z nimi monodromii i grupy monodromii. Po drodze uczymy się niezbędnych elementów topologii algebraicznej, kohomologii de Rhama i kohomologii ze współczynnikami w snopie. Następnie poznajemy teorię Picarda-Lefschetza, która pozwala w jawny sposób policzyć monodromię. Kulminacyjnym punktem tej czę-

ści jest trudny rozdział siódmy, który dotyczy rozwłóknień rozmaitości algebraicznych. Wtedy włókno ma mieszaną strukturę Hodge'a i monodromia indukuje automorfizmy tej struktury.

W następnych rozdziałach badane są osobliwości równań i układów równań różniczkowych funkcji zmiennej zespolonej  $t$ . Badana jest monodromia rozwiązania przy obchodzeniu osobliwych wartości  $t$  w zależności od rodzaju równań i osobliwości. Równania liniowe prowadzą do XXI problemu Hilberta. Dalej rozważane są równania nieliniowe, przede wszystkim na zespolonej płaszczyźnie rzutowej  $\mathbf{CP}^2$ , które prowadzą do holomorficznego rozwłóknienia. Tym razem monodromia może być określona jednoznacznie, holomorficznie i okazuje się, że jest ona bardzo silnym niezmiennikiem pola wektorowego określającego rozwłóknienie. Dalej książka prowadzi nas głębiej w geometrię algebraiczną, teorię grup i teorię Galois, kończąc na teorii funkcji hipergeometrycznych.

Książka zawiera bardzo obszerny indeks pojęć i twierdzeń, które są dokładnie wytłumaczone i sformułowane i dają encyklopedyczną wiedzę. Bibliografia jest również bardzo bogata.

Osobiście bardzo polecam tę książkę. Jest w niej bardzo wiele z tego co chciałem wiedzieć w dziedzinie matematyki i myślę, że wielu czytelników będzie miało podobne uczucie. Szczególnie polecam ją młodym matematykom, chętnym poszerzyć swoją wiedzę o rzeczy nowe i ciekawe.

*Bronisław Wajnryb*

Wiesław Wójcik, *Nowożytnie wizje nauki uniwersalnej a powstanie teorii kontynuów*, Studia Copernicana XXXVIII, Instytut Historii Nauki PAN, Warszawa 2000, str. X+264, PI ISSN 0081-6701, ISBN 83-86062-86-X.

Wśród wielu rozdziałów matematyki czystej, które powstały w wyniku przeobrażeń w bogatym dla matematyki wieku XIX, teoria kontynuów i, ogólniej, spójności, wyróżnia się tym, że nie powstała w wyniku jakiejś potrzeby, tak jak na przykład teo-

ria funkcji rzeczywistych i teoria miary, lub, traktowana jako całość, topologia mnogościowa. Osobliwości geometryczne tworów mnogościowych nazywanych kontynuami, były widziane początkowo raczej jako przeszkoda w dowodach niż jako przed-