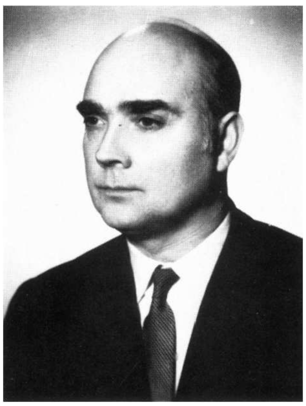
ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXXVIII (2002)

Julian Musielak (Poznań)
Paulina Pych-Taberska (Poznań)

Roman Taberski (1927–1999)

Po polach białych, pustych, wiatr szaleje,
Bryły zamieci odrywa i ciska;
Lecz morze śniegów, wzdęte, nie czernieje,
Wyzwane wichrem, powstaje z łożyska,
I znowu, jakby nagle skamieniałe,
Pada ogromne, jednostajne, białe.

Adam Mickiewicz, *Droga do Rossji*



Roman Taberski

Kto był w tamtej krainie, niesie ze sobą do końca trwałe znamię. Roman Taberski był w owej krainie. Jego rodzice, Ludwika i Stanisław, urodzili się i wychowali w Wielkopolsce. Ojciec brał udział w Powstaniu Wielkopolskim, a potem wstąpił do wojska i służył w 56 Pułku Piechoty w Poznaniu. W roku 1925 został przeniesiony na Wileńszczyznę i wcielony do Korpusu Ochrony Pogranicza. Pełnił funkcję dowódcy strażnic nad Dźwiną (Słobódka, Czuryłowo, Uźmiony, Dzisna). W Czuryłowie, w powiecie brasławskim, urodził się 16 lutego 1927 roku Roman Taberski. W roku 1939 ukończył szóstą klasę szkoły powszechnej i zdał egzamin wstępny do Gimnazjum im. ks. G. Piramowicza w Dziśnie. Losy potoczyły się jednak inaczej. Wybuchła druga wojna światowa, a 17 września 1939 roku Armia Czerwona wkroczyła do Polski. Rodzina Taberskich została rozdzielona. Ojciec przedostał się na Łotwę, a matka z córką Bronisławą urodzoną jeszcze w Poznaniu i synem Romanem, pozostała w Dziśnie. Ojciec poprzez obóz internowanych żołnierzy w Libawie, a potem obóz jeńców wojennych w Griazowcu w ZSRR dostał się do armii gen. Andersa i od roku 1942 walczył w Wielkiej Brytanii w polskiej jednostce lotniczej, by wrócić do Polski w roku 1948. Matka z dziećmi została deportowana do Kazachstanu w kwietniu 1940 roku. Żyli początkowo w kołchozie kazachskim Kiedej-Tałap w obwodzie pawłodarskim. W końcu roku 1940 przeniesiono ich do rejonu Semijarsk w tymże obwodzie. Tam Roman Taberski uczęszczał do rosyjskiej, niepełnej szkoły średniej, a jego matka i siostra były zatrudnione w artelu „Bolszewik”. W roku 1943 przenieśli się do Semipałatyńska, gdzie Roman Taberski uczęszczał do 10-letniej Polskiej Szkoły Średniej, w której w kwietniu 1946 roku zdał maturę. W tym samym roku Ludwika, Bronisława i Roman Taberscy wrócili transportem repatriantów do Polski, zatrzymując się w Poznaniu. W październiku 1946 roku Roman Taberski podjął studia matematyki na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym Uniwersytetu Poznańskiego. Kierownik Sekcji Matematyki, profesor Władysław Orlicz, rychło zorientował się w jego wybitnych zdolnościach i na czwartym roku studiów zatrudnił go od 1 listopada roku 1949 jako zastępcę asystenta. W roku 1951 Roman Taberski uzyskuje tytuł magistra filozofii w zakresie matematyki. W dniu 13 czerwca 1959 roku Rada Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu nadała mu stopień naukowy doktora nauk matematycznych za rozprawę doktorską pt. „Aproksymacja całkami osobliwymi funkcji lipschitzowskich i zagadnienia pokrewne”, której promotorem był profesor Władysław Orlicz, a w dniu 24 czerwca 1966 roku ta sama Rada nadała mu stopień naukowy doktora habilitowanego nauk matematycznych za rozprawę habilitacyjną pt. „Własności szeregów Fouriera–Bessela”. Kolejne tytuły naukowe profesora nadzwyczajnego i profesora zwyczajnego nauk matematycznych nadała mu Rada Państwa w dniach 4 kwietnia 1974 roku i 30 marca 1984 roku. Osiągając kolejne szczeble awansowe, Roman Taberski przeszedł na emeryturę w roku 1997 jako profesor zwyczajny, a następnie kontynuował pracę na tym stanowisku w połowie etatu. Był żonaty, związek małżeński z Pauliną Pych zawarł we wrześniu 1974 roku.

W okresie zatrudnienia w Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza pełnił różne funkcje. W latach 1969–1980 był kierownikiem Zakładu Rachunku Prawdopodobieństwa, a w latach 1980–1997 kierownikiem Zakładu Teorii Aproksymacji w Instytucie Matematyki, na końcu na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM. Pełnił także funkcję kierownika wieczorowych i zaocznych studiów matematyki (1969–1978) oraz kierownika Studium Doktoranckiego Matematyki UAM (1973–1984 i 1992–1997). W latach 1977–1979 oraz 1989–1991 był członkiem Senatu UAM. Od roku 1972, tj. od momentu założenia czasopisma „Functiones et Approximatio”, wydawanego przez UAM, wchodził w skład jego komitetu redakcyjnego. Od początku swojej kariery naukowej był członkiem Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

W trakcie swej pracy zawodowej był wyróżniany nagrodami oraz odznaczeniami. W szczególności w roku 1971 otrzymał Nagrodę Główną im. Stanisława Zaremby Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Wielokrotnie wyróżniany był nagrodami Ministra (1967, 1976, 1980, 1988) i nagrodami Rektora UAM. Został odznaczony Złotym Krzyżem Zasługi (1974), Krzyżem Kawalerskim, a następnie Oficerskim Orderu Odrodzenia Polski (1976, 1998). Otrzymał Medal Komisji Edukacji Narodowej (1981), Medal Pamiątkowy Trzydziestolecia Olimpiady Matematycznej (1979) oraz Odznakę Honorową Miasta Poznania (1987).

W dniu 8 września 1999 roku Roman Taberski zmarł na skutek zawału serca. Jego grób znajduje się na cmentarzu komunalnym w Junikowie (Poznań), przy Alei Zasłużonych.

Roman Taberski wpisał się w linię wielkich analityków, zapoczątkowaną przez J. B. Fouriera książką *Théorie analytique de la chaleur*, wydaną w roku 1822. Szeregi Fouriera były źródłem wielu impulsów i odkryć w matematyce, z którymi wiążą się nazwiska takich matematyków, jak G. Cantor, H. Lebesgue, A. Zygmund i J. Marcinkiewicz. Inspiracje dla Romana Taberskiego stanowili także matematycy rosyjscy, jak N. I. Achiezer, S. B. Steczkin oraz A. F. i M. F. Timanowie. Doktorat ukończył Roman Taberski pod kierunkiem Władysława Orlicza, wybitnego specjalisty m.in. z dziedziny ogólnej teorii szeregów ortogonalnych. Jednak głównym patronem naukowym Romana Taberskiego był Józef Marcinkiewicz. Tak samo jak Taberski, przyszedł do Poznania z Ziemi Wileńskiej. Został profesorem matematyki w Uniwersytecie Poznańskim w roku 1939. Nie objął jednak katedry. Wybuchła wojna, a Marcinkiewicz został zamordowany w Katyniu. W tym samym czasie, gdy oprawca strzelał Marcinkiewiczowi w potylicę, Roman Taberski, także na „nieludzkiej ziemi”, łowił ryby w Irtyszu, wygnany wraz ze swoją rodziną. Ci dwaj nigdy nie spotkali się. Tym niemniej Taberskiego można uznać za duchowego ucznia i kontynuatora idei Marcinkiewicza. Sam zresztą niejednokrotnie tak się określał. Taberski odziedziczył po Marcinkiewiczu nie tylko problematykę, ale także metodę naukową. Polegała ona nie na tworzeniu drabiny pojęć i żonglowaniu nimi na coraz wyższym stopniu abstrakcji, ale na tzw. „twardej analizie”, w której tradycyjne problemy matematyki poddane zostają działaniu bardzo nowoczesnych i niekiedy bardzo trudnych i zaskakujących technik analitycznych.

W początkowych swoich pracach Roman Taberski badał pewne metody sumowalności szeregów liczbowych i związki między nimi. W szczególności w pracy [5] zajmował się metodami Korowkina i Cesàro, a w [7] i [8] omawiał, wprowadzone przez siebie, uogólnione metody Korowkina. Jego rozprawa doktorska, a także prace [1]–[3], [9]–[14], [54], były poświęcone badaniom całek osobliwych postaci splotu $J(\cdot;\xi,f) = f * K(\cdot;\xi)$ dla funkcji $f \in C_{2\pi}$ lub $f \in L^p_{2\pi}$, $p \geqslant 1$, gdzie $\xi \in E \subset R$, $\xi \to \xi_0$ (ξ_0 jest punktem skupienia zbioru E), a rodzina $\{K(\cdot;\xi) : \xi \in E\}$, zwana jądrem całki J, spełnia odpowiednie warunki. Badał całki osobliwe związane z różnymi metodami sumowania szeregów Fouriera i szeregów z nimi sprzężonych, m.in. całki osobliwe Cesàro (C, α) rzędu $\alpha > -1$, de la Vallée Poussina, Weierstrassa, Abela–Poissona, Riemanna, Riesza itp. Podał twierdzenia dotyczące rzędów zbieżności tych całek według norm przestrzeni $C_{2\pi}$ lub $L^p_{2\pi}$, a także ich zbieżności punktowej. Wyprowadził wzory asymptotyczne dla miary aproksymacji tymi całkami w klasach Lipschitza z wykładnikiem $\alpha \in (0,1]$ lub Zygmunda z wykładnikiem $\alpha \in (0,2]$. Problematyka taka była wówczas szeroko rozwijana przez matematyków rosyjskich (szkoła moskiewska) i niemieckich (głównie z Akwizgranu). Niektóre prace Romana Taberskiego z tego okresu są cytowane między innymi w monografiach P. L. Butzera i R. J. Nessela [BN] oraz L. W. Żiżiaszwilego [Ż], w publikacjach i rozprawie habilitacyjnej E. Starka [S], a także w książce D. S. Mitrinowicza [M]. Z tej problematyki wykonane zostały pod kierunkiem R. Taberskiego rozprawy doktorskie L. Rempulskiej i B. Rydzewskiej. W wymienionych wyżej pracach omawiana jest także ogólna teoria całek osobliwych z parametrem. Na przykład w [13] udowodnione są twierdzenia o zbieżności całek $J(x;\xi;f)$, gdy $(x,\xi) \to (x_0,\xi_0)$ po pewnych płaskich zbiorach punktów (x,ξ), stanowiące uogólnienia klasycznych twierdzeń Romanowskiego i Faddiejewa. W [18] podane są tego typu twierdzenia dla odpowiednich całek osobliwych funkcji dwóch zmiennych, całkowalnych w sensie Titchmarsha, a w [9] badana jest zbieżność niektórych całek osobliwych dla funkcji f należących do przestrzeni Orlicza. Problematykę tę rozwinął później S. Siudut w swojej rozprawie doktorskiej.

Inny cykl prac Romana Taberskiego ([16], [17], [20], [22], [23], [26], [43], [44], [76]) poświęcony jest rozwinięciom funkcji w szeregi według układu funkcji $\varphi_\nu(j_n x)$, $n = 1,2,\ldots$, gdzie $\varphi_\nu(t) = t^{1/2} J_\nu(t)$, J_ν jest funkcją Bessela rzędu $\nu > -1$, zaś (j_n) oznacza rosnący ciąg dodatnich miejsc zerowych tej funkcji Bessela. Część z tych prac stanowiła jego rozprawę habilitacyjną. Pokazał w nich najpierw, że z teorii trygonometrycznych szeregów Fouriera przenoszą się rezultaty dotyczące związku między rzędem malenia współczynników rozwinięcia a klasą rozwijanej funkcji. Między innymi wykazał, że jeżeli funkcja f należy do klasy Lipschitza $\bigwedge_\alpha$ na przedziale $[0,1]$, gdzie $0 < \alpha < 1$, to współczynniki d_n rozwinięcia tej funkcji są rzędu $O(n^{-\alpha})$. Na odwrót, jeżeli $f(x) = \sum_{n=1}^\infty d_n \varphi_\nu(j_n x)$ dla $x \in [0,1]$ oraz $\sum_{k=n}^\infty |d_k| = O(n^{-\alpha})$, to funkcja f należy do $\bigwedge_\alpha$ na $[0,1]$, gdy $0 < \alpha < 1$, $\nu \geqslant 1/2$, oraz funkcja f należy do klasy Zygmunda $\bigwedge_*$ na $[0,1]$, gdy $\alpha = 1$, $\nu \geqslant 3/2$. Ciekawą analogię z szeregami trygonometrycznymi stanowi twierdzenie Taberskiego o zbieżności szeregu $\sum_{n=1}^\infty d_n/n$ w przypadku, gdy $f \in L^1$ na $[0,1]$. Dalej, uzyskał kryteria typu Szásza, Zygmunda, Paley'a oraz Diniego–Lipschitza zbieżności szeregów Fouriera–Bessela. Na przykład wykazał, że jeżeli $f \in C([0,1])$ jest o skończonej wariacji na $[0,1]$ oraz $f(0) = f(1) = 0$ i jeżeli $\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n}\left(\omega\left(\frac{1}{n}; f\right)\right)^{1/2} < +\infty$, gdzie $\omega(\delta; f)$ oznacza moduł ciągłości funkcji f, to szereg Fouriera–Bessela tej funkcji jest do niej zbieżny bezwzględnie i jednostajnie. Podał twierdzenia dotyczące rzędu zbieżności według norm przestrzeni C i L^p, $p \geqslant 1$, różnych średnich szeregów Fouriera–Bessela. Między innymi badał średnie Fejéra oraz średnie Riesza $S_n^r[f]$ $(r \in N)$ i w [22] wykazał, że jeżeli $f \in C([0,1])$, $f(0) = f(1) = 0$, $r \geqslant \nu + 3/2$, $\nu > -1/2$, to dla wszystkich $n \in N$ prawdziwa jest nierówność typu Jacksona $\|S_n^r[f] - f\| \leqslant c\omega\left(\frac{1}{n}; f\right)$; w specjalnym przypadku $\nu = -1/2$, $r > 2$ i przy pewnych dodatkowych założeniach o funkcji f, w oszacowaniu tym moduł ciągłości tej funkcji można zastąpić jej modułem gładkości. Podobne twierdzenia typu jacksonowskiego udowodnił także dla odpowiednich średnich szeregów Fouriera–Diniego ([24] i [25]). Badając sumy częściowe szeregu Fouriera–Bessela, w [43] podał kryteria Diniego i Jordana punktowej zbieżności tych szeregów. Problematykę tę rozwinął w [76] uzyskując ogólniejsze kryterium Younga, które przedstawił w nowszej, aproksymacyjnej wersji, pozwalającej nie tylko wnioskować o zbieżności szeregu, ale także szacować rząd tej zbieżności.

W latach 1969–1974 Roman Taberski zajmował się zbieżnością i limesowalnością trygonometrycznych wielomianów interpolacyjnych dla 2π-okresowych funkcji f całkowalnych w sensie Riemanna na $[-\pi, \pi]$. Rozważał wielomiany trygonometryczne stopnia n, które w węzłach interpolacji $x_j = 2\pi j/(2n+1)$ przyjmują wartości $f(x_j)$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ W pracy [30] wykazał, między innymi, że jeżeli $f \in BV_p$, $p \geqslant 1$ (f jest okresowa o okresie 2π i ma skończoną wariację potęgową na $[-\pi, \pi]$), to współczynniki Fouriera–Lagrange'a $a_k^{(n)}(f), b_k^{(n)}(f)$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$ wielomianów interpolacyjnych funkcji f są rzędu $O(k^{-1/p'})$ dla każdego $p' > p$ lub rzędu $O(k^{-1/p} ln(n+1))$. W [33], [34], [36], [41] zbadał metody limesowalności Fejéra, Riesza oraz Cesàro rzędu $\alpha > -1$, a także odpowiednie średnie z nimi sprzężone. W [39] uzyskał odpowiedniki twierdzenia Riemanna–Lebesgue'a, a także udowodnił kryteria typu Diniego, Younga i de la Vallée Poussina dotyczące zbieżności wyżej wspomnianych wielomianów interpolacyjnych. Do tego tematu powrócił w roku 1987 podając w [75] bardziej ogólne kryteria zbieżności procesów interpolacyjnych i stosując w nich tzw. moduł wariacji funkcji. Uzyskał w ten sposób także kryterium zbieżności jednostajnej, analogiczne do odpowiedniego kryterium Czanturii [C] z 1976 roku, dotyczącego trygonometrycznych szeregów Fouriera.

Oprócz omówionych wyżej zagadnień punktowej i normowej zbieżności i sumowalności Roman Taberski rozważał również aproksymację w mocnym sensie. W kilku publikacjach z tego zakresu nawiązał do badań matematyków węgierskich, a zwłaszcza L. Leindlera i V. Totika. Między innymi badał mocne średnie Hardy'ego, Abela oraz de la Vallée Poussina szeregów Fouriera funkcji okresowych ([28], [45], [49], [79], [97]). Podał oszacowania typu Leindlera i Steczkina tych mocnych dewiacji stosując w nich stałe $E_n(f)$

najlepszego przybliżenia funkcji f wielomianami trygonometrycznymi stopnia $\leqslant n$. Niektóre tego typu twierdzenia sformułował także dla mocnych średnich szeregów Fouriera–Bessela [15] oraz szeregów Fouriera–Czebyszewa [98]. Skonstruował też odpowiednie mocne średnie dla procesów interpolacji trygonometrycznej i zbadał je w pracach [47], [52], [91]. Problematykę aproksymacji w mocnym sensie rozwinął dalej jego uczeń Włodzimierz Łenski, który z tego zakresu przygotował rozprawę doktorską, a później rozprawę habilitacyjną. Wyniki zawarte w [45] i [49] oraz kilku pracach W. Łenskiego zostały włączone do monografii L. Leindlera [L].

Tematyka części prac Romana Taberskiego dotyczyła aproksymacji funkcji posiadających pochodne rzędów dodatnich, niekoniecznie naturalnych. Pochodne takie można definiować na różne sposoby (np. [BN], rozdz. 11). Roman Taberski rozważał między innymi funkcje $f \in L^p_{2\pi}$, $p \geqslant 1$, różniczkowalne w sensie Weyla ([48], [50], [51], [55]). Oznaczając przez $f^{(\alpha)}$ taką pochodną rzędu $\alpha > 0$ funkcji f, a przez $E_n(g)_p$ stałe najlepszego przybliżenia funkcji $g \in L^p_{2\pi}$ wielomianami trygonometrycznymi stopnia $\leqslant n$, wykazał nierówności typu: $E_n(f)_p \leqslant c(\alpha)n^{-\alpha}E_n(f^{(\alpha)})_p$ dla $n \in N$. Zbadał własności całkowych modułów gładkości $\omega_\alpha(\delta; f)_p$ niecałkowitych rzędów $\alpha > 0$ i uzyskał proste jacksonowskie twierdzenia aproksymacyjne postaci $E_n(f)_p \leqslant c(\alpha)\omega_\alpha\left(\frac{1}{n}; f\right)_p$. Następnie udowodnił nierówności typu Bernsteina i Steczkina dla pochodnych rzędu $\alpha > 0$ wielomianów trygonometrycznych oraz odwrotne twierdzenia aproksymacyjne typu Timana w tych przestrzeniach. Podobną problematyką zajmowała się w swojej rozprawie doktorskiej Helena Musielak, która przedstawiła odpowiednie wyniki dla funkcji f z przestrzeni Orlicza i Marcinkiewicza–Orlicza.

Kilka swoich prac (np. [57], [60], [61], [70]) R. Taberski poświęcił zagadnieniom aproksymacji funkcji z przestrzeni Fréchetа $L^p_{2\pi}$, $0 < p < 1$. Między innymi rozważał problemy najlepszej jednostronnej aproksymacji trygonometrycznej w tych przestrzeniach, tzn. aproksymacji rzeczywistych funkcji f takimi wielomianami trygonometrycznymi P_n i Q_n, że $P_n(x) \leqslant f(x) \leqslant Q_n(x)$ dla $x \in [-\pi, \pi]$. Opracował szczegółowo własności tzw. uśrednionych modułów gładkości $\tau_k(\delta; f)_p$, $k \in N$, i uzyskał proste i odwrotne twierdzenia aproksymacyjne dla najlepszej aproksymacji jednostronnej funkcji $f \in L^p_{2\pi}$, $0 < p < 1$. Zajmował się także zagadnieniem najlepszej jednostronnej aproksymacji trygonometrycznej funkcji f z klas Weyla $W^\beta L^p$ oraz $W^\beta BV_p$ ($p \geqslant 1$, $\beta \geqslant 1$), tzn. funkcji f, których pochodna $f^{(\beta-1)}$ w sensie Weyla jest absolutnie ciągła, a $f^{(\beta)} \in L^p_{2\pi}$ lub, odpowiednio, $f^{(\beta)} \in BV_p$ ([69]). Główne wyniki z tego zakresu rozwijają badania zapoczątkowane w 1956 r. przez szwedzkiego matematyka T. Ganeliusa i prowadzone w latach siedemdziesiątych przez matematyków rosyjskich A. A. Liguna, W. G. Doronina oraz bułgarskich A. S. Andriejewa, W. A. Popowa i Bl. Sendowa.

Roman Taberski był niewątpliwie wybitnym specjalistą z teorii szeregów Fouriera i aproksymacji trygonometrycznej. Dużo miejsca w swoich badaniach poświęcił także dziedzinie pokrewnej, czyli aproksymacji eksponencjalnej. W przypadku nieokresowych funkcji f, określonych na całej osi rzeczywistej R, naturalnym aparatem przybliżania są funkcje całkowite przestępne typu wykładniczego z klasy E_σ, czyli funkcje całkowite $G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$, dla których wykładnik wzrastania $\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!|a_n|} \leqslant \sigma$. Dla funkcji $f \in L^p(R)$, $0 < p \leqslant \infty$, bada się stałe $A_\sigma(f)_p$ najlepszego przybliżenia takimi funkcjami całkowitymi $G \in E_\sigma$, które na osi rzeczywistej należą do przestrzeni L^p. Klasyczna teoria aproksymacji funkcjami całkowitymi opracowana jest w monografii I. Ibragimowa [I] z 1979 roku. W dużej serii swoich prac Roman Taberski rozwinął tę teorię i wzbogacił ją o nowe wyniki. Między innymi w [62] zbadał zachowanie się wielkości $A_\sigma(f)_p$ dla funkcji f z przestrzeni Frécheta $L^p(R)$, $0 < p < 1$. W publikacjach [66], [68], [72] rozważał funkcje $f \in L^p(R), 1 \leqslant p \leqslant \infty$, posiadające punktowe pochodne $D_{\pm}^{\alpha} f(x)$ rzędu $\alpha > 0$ oraz funkcje posiadające pochodne $D_p^{\alpha} f$ w sensie Liouville'a–Grünwalda. Omówił własności ogólnych operatorów postaci splotu, a w szczególności uogólnionych funkcji Stiekłowa oraz podał twierdzenia dotyczące zależności pomiędzy najlepszym eksponencjalnym przybliżeniem $A_\sigma(f)_p$ a modułami gładkości $\omega_\alpha(\delta; f)_p$ rzędów $\alpha > 0$ funkcji f i jej pochodnych. Zajmował się aproksymacyjnymi własnościami pewnych specjalnych całek osobliwych Bernsteina ([88]–[90], [92]) i ich dyskretnych odpowiedników ([94]). Prowadził także badania dotyczące jednostronnej aproksymacji eksponencjalnej rzeczywistych funkcji $f \in L^p(R)$, $0 < p \leqslant \infty$ ([65], [67], [70], [78], [84], [86], [87]). Między innymi podał szereg prostych i odwrotnych twierdzeń wiążących stałe najlepszej jednostronnej aproksymacji funkcji i uśrednione moduły gładkości tych funkcji. Rozważał zagadnienia jednostronnej aproksymacji eksponencjalnej w zmodyfikowanych przestrzeniach Weyla, a także w przestrzeniach BV_p funkcji rzeczywistych o skończonej wariacji potęgowej na R, z seminormą $V_p(f), p \geqslant 1$. Z kolei w publikacjach [93] i [99] oraz w pracy [105], wspólnej z jego uczniem Krzysztofem Nowakowskim, rozpoczęte zostały badania dotyczące eksponencjalnej aproksymacji w mocnym sensie. W szczególności, dla pewnych funkcji f ciągłych na R (lub na R^2), wprowadzone zostały pojedyncze (lub podwójne) całki osobliwe Dirichleta oraz mocne średnie typu de la Vallée Poussina i Riesza tych całek, a oszacowania szybkości zbieżności wymienionych średnich wyrażone zostały w terminach najlepszej aproksymacji eksponencjalnej $A_\sigma(f)_\infty$ (lub $A_{\sigma,\sigma}(f)_\infty$). W ostatniej, napisanej w 1999 roku pracy [103] Roman Taberski kontynuował problematykę dotyczącą podwójnych całek osobliwych Dirichleta i dla pewnych klas funkcji $f \in L^\infty(R^2)$ zbadał zbieżność ich średnich typu Marcinkiewicza.

Roman Taberski stworzył własną szkołę matematyczną, nie ograniczającą się do matematyków ośrodka poznańskiego. Pod jego kierunkiem 9 osób napisało rozprawy doktorskie. Był autorem względnie współautorem trzech podręczników dla studentów. Jego wykłady były nie tylko źródłem rzetelnej informacji, ale cechowały się dużą kulturą matematyczną. Był uczonym niezwykle odpowiedzialnym, w którego pracach nie znajdowało się błędów ani usterek. Używany przez niego język naukowy był precyzyjny i kompletny. Roman Taberski był bardzo systematyczny w swoich badaniach, a jego warsztat naukowy był zarówno głęboki jak i szeroki. Był znakomitym uczonym i prawym człowiekiem.

Spis prac Romana Taberskiego

A. Oryginalne prace badawcze

[1] *On singular integrals*, Ann. Polon. Math. 4 (1958), 249–268.
[2] *O pewnych klasach funkcji*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 3 (1959), 113–121.
[3] *On the convergence of singular integrals*, Zesz. Nauk. Uniw. Im. A. Mickiewicza Mat. Fiz. Chem. 2 (1960), 33–51.
[4] *A theorem of Toeplitz type for the class of M-summable sequences*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 8 (1960), 453–458.
[5] *Summability with Korovkin's factors*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 9 (1961), 385–388.
[6] *On classes $\bigwedge_M^\alpha$ and λ_M^α of 2π-periodic functions*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 9 (1961), 441–444.
[7] *Some properties of (K,φ)-summability*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 9 (1961), 659–666.
[8] *More about (K,φ)-summability*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 9 (1961), 769–774.
[9] *O zbieżności całek osobliwych w punktach Lebesgue'a–Orlicza pewnych funkcji*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 5 (1961), 33–42.
[10] *Some theorems on double integrals over rectangles*, Ann. Polon. Math. 11 (1962), 209–216.
[11] *Approximation to conjugate function*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 10 (1962), 255–260.
[12] *Asymptotic formulae for Cesàro singular integrals*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 10 (1962), 637–640.
[13] *Singular integrals depending on two parameters*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 7 (1962), 173–179.
[14] *Remarks on singular integrals*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 11 (1963), 577–582.
[15] *On the summability of Fourier and Bessel series of Hölder functions*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 11 (1963), 643–647.
[16] *Some properties of Fourier–Bessel series. I*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 12 (1964), 151–156.
[17] *Some properties of Fourier–Bessel series. II*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 12 (1964), 377–383.
[18] *On double integrals and Fourier series*, Ann. Polon. Math. 15 (1964), 97–115.
[19] *Theorems of Hardy and Littlewood type*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 12 (1964), 697–702.
[20] *Some properties of Fourier–Bessel series. III*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 13 (1965), 787–791.
[21] *On Fourier series with respect to the Bessel polynomial system*, Colloq. Math. 15 (1966), 105–110.

[22] *Some properties of Fourier–Bessel series. IV*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 14 (1966), 673–680.
[23] *Some properties of Fourier–Bessel series. V*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 15 (1967), 253–259.
[24] *On Dini series. I*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 15 (1967), 95–102.
[25] *On Dini series. II*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 15 (1967), 703–710.
[26] *On double Bessel series*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 16 (1968), 37–45.
[27] *Convergence criteria for Hankel's repeated integrals*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 17 (1969), 1–10.
[28] *Strong summability of double Fourier series*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 17 (1969), 719–726.
[29] *Extension of Juneja's results*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 13 (1969), 125–128.
[30] *Trigonometric interpolation. I*, Colloq. Math. 20 (1969), 287–294.
[31] *Trigonometric interpolation. II*, Colloq. Math. 21 (1970), 111-126.
[32] *Abel summability of double Fourier series*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. 18 (1970), 307–314.
[33] *Summability of differentiated interpolating polynomials*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 13 (1970), 197–213.
[34] *O mocnej limesowalności pewnych wielomianów trygonometrycznych*, Fasc. Math. 5 (1970), 39–48.
[35] *O mocnej sumowalności Abela–Poissona*, Fasc. Math. 5 (1970), 49–53.
[36] *Trigonometric interpolation. III*, Colloq. Math. 23 (1971), 145–156.
[37] *Some properties of M-variations*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 15 (1971), 141–146.
[38] *Approximation of real functions by double trigonometric polynomials*, Rocz. Pol. Tow. Mat. Ser. I Prace Mat. 16 (1972), 113–123.
[39] *Trigonometric interpolation. IV*, Colloq. Math. 26 (1972), 353–366.
[40] *Convergence of some trigonometric sums*, Demonstratio Math. 5 (1973), 101–117.
[41] *Trigonometric interpolation. V*, Colloq. Math. 29 (1974), 267–278.
[42] *On general Dirichlet's integrals*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 17 (1974), 499–512.
[43] *Convergence of Fourier–Bessel sums*, Funct. Approx. Comment. Math. 1 (1974), 139–148.
[44] *On the Riesz means of Fourier–Bessel series*, w: Approximation Theory, Z. Ciesielski, J. Musielak (red.), PWN, Warszawa, 1975, 243–258.
[45] *A theorem of the Stečkin and Leindler type connected with Abel summability of Fourier series*, Demonstratio Math. 8 (1975), 215–225.
[46] *On double singular integrals*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 19 (1976), 155–160.
[47] *Two approximation theorems connected with strong summability of trigonometric interpolating polynomials*, Funct. Approx. Comment. Math. 2 (1976), 243–261.
[48] *Two indirect approximation theorems*, Demonstratio Math. 9 (1976), 243–255.
[49] *On the speed of summability of double Fourier series*, Funct. Approx. Comment. Math. 3 (1976), 243–258.
[50] *Approximation of functions possessing derivatives of positive orders*, Ann. Polon. Math. 34 (1977), 13–23.
[51] *Differences, moduli and derivatives of fractional orders*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 19 (1977), 389–400.

[52] *Estimates for the deviations of some trigonometric polynomials*, Funct. Approx. Comment. Math. 5 (1977), 69–84.
[53] *Some estimates for functions of two variables*, Demonstratio Math. 10 (1977), 211–239.
[54] *On Cesàro means of Fourier series*, Funct. Approx. Comment. Math. 6 (1978), 97–108.
[55] *Indirect approximation theorems in L^p-metrics* ($1 < p < \infty$), w: Approximation Theory, Z. Ciesielski (red.), Banach Center Publ. 4, PWN, Warszawa, 1979, 247–259.
[56] *Trigonometric approximation in the spaces L^p* ($1 \leqslant p \leqslant \infty$), Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math., Tomus Specialis in Honorem Ladislai Orlicz (1979), cz. II, 315–328.
[57] *Approximation in the Fréchet spaces L^p* ($0 < p \leqslant 1$), Funct. Approx. Comment. Math. 7 (1979), 105–121.
[58] *Integral formulae for trigonometric polynomials with applications*, Funct. Approx. Comment. Math. 8 (1980), 89–97.
[59] *Inequalities for trigonometric and algebraic polynomials*, Funct. Approx. Comment. Math. 9 (1980), 61–70.
[60] *Approximation to functions of two variables in L_p-metrics*, $0 < p < 1$, Funct. Approx. Comment. Math. 9 (1980), 127–136.
[61] *On modified integral moduli of smoothness and one-sided approximation of periodic functions*, Funct. Approx. Comment. Math. 10 (1980), 147–155.
[62] *Approximation by entire functions of exponential type*, Demonstratio Math. 14 (1981), 151–181.
[63] *Approximation connected with Bessel functions*, w: Approximation and Function Spaces, Z. Ciesielski (red.), PWN, Warszawa, 1981, 755–770.
[64] *Extremal functions in the classes H_k^φ* ($k = 1, 2$), Funct. Approx. Comment. Math. 11 (1981), 69–82.
[65] *One-sided approximation in metrics of the Banach spaces L^p* ($-\infty, \infty$), Funct. Approx. Comment. Math. 12 (1982), 113–125.
[66] *Estimates for entire functions of exponential type*, Funct. Approx. Comment. Math. 13 (1982), 129–147.
[67] *One-sided approximation by entire functions*, Demonstratio Math. 15 (1982), 477–505.
[68] *Special convolutions on the real line*, Funct. Approx. Comment. Math. 14 (1984), 57–80.
[69] *Trigonometric approximation in the norms and seminorms*, Studia Math. 80 (1984), 197–217.
[70] *One-sided trigonometric approximation in metrics of the Fréchet spaces L^p* ($0 < p < 1$), Math. Nachr. 123 (1985), 39–46.
[71] *On variations of the Wiener type*, Demonstratio Math. 18 (1985), 161–175.
[72] *Contributions to fractional calculus and exponential approximation*, Funct. Approx. Comment. Math. 15 (1986), 81–106.
[73] *One-sided exponential approximation in L^p-metrics* ($0 < p \leqslant 1$), Funct. Approx. Comment. Math. 15 (1986), 245–258.
[74] *On the power variations and pseudovariations of positive integer orders*, Demonstratio Math. 19 (1986), 881–893.
[75] *Approximation properties of some trigonometric polynomials*, Funct. Approx. Comment. Math. 17 (1987), 83–95.
[76] *Quantitative versions of L. C. Young criteria for Fourier–Bessel series*, Funct. Approx. Comment. Math. 16 (1988), 87–111.

[77] *On approximation of some periodic functions*, w: Function Spaces, J. Musielak (red.), Teubner Texte Math. 103, Teubner, Leipzig, 1988, 132–139.

[78] *Exponential approximation on the real line*, w: Approximation and Function Spaces, Z. Ciesielski (red.), Banach Center Publ. 22, PWN, Warszawa, 1989, 449–464.

[79] *On the rate of pointwise* (H, q)*-summability of Fourier series*, Funct. Approx. Comment. Math. 18 (1989), 153–168 (współautor W. Łenski).

[80] *Approximation of real-valued functions on the two-dimensional Cartesian products*, Funct. Approx. Comment. Math. 19 (1990), 53–63.

[81] *On partial power variations and averaged moduli of continuity*, Fasc. Math. 19 (1990), 239–249.

[82] *Aproksymacja jednostronna*, Materiały z II Środowiskowej Konferencji Matematyków (Red. D. Jach), Uniw. Szczeciński 1990, 15–26.

[83] *Partial exponential approximation*, Demonstratio Math. 23 (1990), 659–676.

[84] *Exponential approximation in the norms and semi-norms*, PLISKA Stud. Math. Bulg. 11 (1991), 94–101 (współautor P. Pych-Taberska).

[85] *Semi-trigonometric approximation on a given rectangle*, Fasc. Math. 22 (1991), 27–41.

[86] *Modified Weyl spaces and exponential approximation*, w: Function Spaces, J. Musielak *et al.* (red.), Teubner Texte Math. 120, Teubner, Stuttgart–Leipzig, 1991, 197–205.

[87] *Exponential approximation of differentiable functions in metrics of the modified Weyl spaces*, Funct. Approx. Comment. Math. 20 (1992), 153–169.

[88] *Approximation properties of the integral Bernstein operators and their derivatives in some classes of locally integrable functions*, Funct. Approx. Comment. Math. 21 (1992), 85–96.

[89] *On exponential approximation of locally integrable functions*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 32 (1992), 159–174.

[90] *On the integral Bersntein operators in some classes of measurable bivariate functions*, Proc. Georg. Acad. Sci. Math. 1 (1993), 239–254.

[91] *On the strong approximation by trigonometric interpolating polynomials*, Funct. Approx. Comment. Math. 22 (1993), 149–158 (współautor K. Nowakowski).

[92] *On the weighted exponential approximation*, Funct. Approx. Comment. Math. 22 (1993), 159–170.

[93] *Strong approximation of non-periodic functions*, Funct. Approx. Comment. Math. 23 (1994), 21–34.

[94] *Approximation properties of some discrete linear operators*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 35 (1995), 221–233.

[95] *An integral analogue of a theorem of Leindler*, Demonstratio Math. 28 (1995), 1005–1014.

[96] *Approximation properties of the Rogosinski integrals defined on the real line*, Funct. Approx. Comment. Math. 24 (1996), 69–82.

[97] *Estimates for the strong de la Vallée Poussin means in case of periodic continuous functions of two variables*, Funct. Approx. Comment. Math. 24 (1996), 83–101 (współautor K. Nowakowski).

[98] *On the strong de la Vallée Poussin means for Fourier–Chebyshev series*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 36 (1996), 235–245.

[99] *On the strong exponential approximation*, Demonstratio Math. 30 (1997), 775–782.

[100] *Integral analogue of a theorem of Leindler and Meir*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 37 (1997), 261–273.

[101] *Approximation properties of some means of Fourier series*, Funct. Approx. Comment. Math. 26 (1998), 275–286.

[102] *On some means of double Fourier series*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 38 (1998), 139–148.

[103] *On integral means of the Marcinkiewicz type*, Ann. Soc. Math. Pol. Ser. I Comment. Math. 39 (1999), 181–196.

[104] *On the λ-means of some trigonometric series*, Approx. Theory Appl. 15 (1999), 38–49.

[105] *Strong approximation by bivariate entire functions*, w: Function Spaces, H. Hudzik, L. Skrzypczak (red.), Marcel Dekker, 2000, 413–426 (współautor K. Nowakowski).

B. Skrypty

1. *Geometria z trygonometrią*, Zeszyt 2, Studium Zaoczne Fizyki UAM, Poznań, 1956 (współautor W. Klonecki).
2. *Geometria z trygonometrią*, Zeszyt 3, Studium Zaoczne Fizyki UAM, Poznań, 1957 (współautor W. Klonecki).
3. *Aproksymacja funkcji wielomianami trygonometrycznymi*, Wyd. Nauk. UAM, Poznań, 1979.

Prace doktorskie napisane pod kierunkiem Romana Taberskiego

1. L. R e m p u l s k a, *Kosntruktywne własności niektórych metod sumowalności szeregów ortogonalnych*, 1972.
2. H. M u s i e l a k, *Zagadnienia aproksymacyjne w określonych przestrzeniach funkcyjnych*, 1974.
3. M. L e ś n i e w i c z, *Uogólnione wahania funkcji i rozwinięcia ortogonalne*, 1976.
4. B. R y d z e w s k a, *Aproksymacja funkcji całkami osobliwymi*, 1976.
5. W. Ł e n s k i, *Aproksymacja funkcji przy pewnych charakterystykach dewiacji*, 1977.
6. T. M a r k i e w i c z, *Własności współczynników i niektórych średnich szeregów ortogonalnych*, 1978.
7. R. G a j e w s k i, *O rzędach sumowalności niektórych rozwinięć ortogonalnych*, 1984.
8. S. S i u d u t, *Własności zbieżnościowe i aproksymacyjne pewnych całek osobliwych*, 1986.
9. K. N o w a k o w s k i, *Aproksymacja wielomianowa i eksponencjalna funkcji jednej i dwóch zmiennych rzeczywistych*, 1996.

Książki i prace cytowane innych autorów

[BN] P. L. B u t z e r, R. J. N e s s e l, *Fourier Analysis and Approximation*, tom I, Academic Press, New York–London, 1971.

[C] Z. A. Č a n t u r i j a, *O ravnomernoj schodimosti rjadov Fur'e*, Mat. Sb. 100 (1976), 535–554.

[I] I. I. I b r a g i m o w, *Teorija Približenija Celymi Funkcijami*, Baku, 1979.

[L] L. L e i n d l e r, *Strong Approximation by Fourier Series*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1985.

[M] D. S. M i t r i n o v i ć, *Analytic Inequalities*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1970.

[S] E. L. S t a r k, *Nikolskii–Konstanten und Approximationsmasse im Hilbert-Raum*, RWTH Aachen, 1978.

[Ž] L. V. Ž i ž i a š v i l i, *Soprjažennye Funkcii i Trigonometričeskije Rjady*, Tbilisi, 1969.