

ANDRZEJ PELCZAR (Kraków)

**Konferencja z okazji 200-lecia urodzin
Nielsa Henrika Abela.
Ustanowienie nagrody im. Abela**

W dniach 3–7 czerwca 2002 r. odbyła się w Oslo duża konferencja zorganizowana z inicjatywy Norweskiej Akademii Nauk i Sztuk, Norweskiego Towarzystwa Matematycznego i Norweskiej Rady Matematycznej (Norwegian Mathematical Council), przy wsparciu i pod patronatem Międzynarodowej Unii Matematycznej i Europejskiego Towarzystwa Matematycznego. Technicznej części organizacji podjął się Departament Matematyki Uniwersytetu w Oslo. Komitetowi programowemu przewodniczył Arnfin Laudal z Oslo.

Konferencja miała bardzo uroczystą oprawę, a jej otwarcia dokonał Jego Królewska Mość Harald V, Król Norwegii ⁽¹⁾. Bardzo konkretnym wyrazem idei uczczenia pamięci Nielsa Henrika Abela jest uroczyste ogłoszona w trakcie konferencji decyzja rządu Norwegii o utworzeniu specjalnego funduszu w wysokości 200 milionów koron norweskich (tj. około 25 milionów dolarów), z którego zyski – otrzymywane przez stosowne jego wykorzystywanie – mają być przeznaczane na dorocznie przyznawaną nagrodę imienia Abela za najwybitniejsze osiągnięcia w matematyce. Ma być ona „równoległą” (i na pewno porównywalną prestiżowo) do nagród Nobla z innych dziedzin nauki. W ten sposób usunięta zostanie luka – brak matematyki na liście dziedzin, z zakresu których najwybitniejsze osiągnięcia naukowe są honorowane najbardziej prestiżowymi nagrodami. Nagroda ma być przyznana po raz pierwszy w przyszłym roku.

⁽¹⁾ Chciałbym przytoczyć fragment z krótkiego i świetnie wygłoszonego przemówienia przemówienia Króla: *200 years ago our nation was in its childhood. A young nation needs national heroes. Niels Henrik Abel was such a hero. He was young and bright minded and he became famous in academic circles at home and in Europe. His untimely death was a loss for the young nation, and also for the development of mathematics throughout the world. This week we shall honour this bright young man, his idea and achievement. But we shall also honour the mathematics itself, and the development of a great universe of ideas, theories and applications.*

Poczta norweska wydała dwa znaczki upamiętniające 200-lecie urodzin Abela. Na pierwszym z nich jest jego podobizna według portretu namalowanego w Paryżu, w roku 1826, przez Johana Gobitza (w tle lemniskata), na drugim zaś uwidoczniło okładkę drugiego wydania dzieł zebranych Abela (pod redakcją Ludwiga Sylowa i Sophusa Liego) oraz zarys krzywych związanych z badanymi przezeń funkcjami.



Dokładnie w rocznicę urodzin Abela, 5 sierpnia 2002 wprowadzono do obiegu pamiątkową monetę norweską.

Naukowa część konferencji rozpoczęta została wykładem Philipa Griffithsa *The legacy of Abel in algebraic geometry*. Wygłoszono następnie, w ciągu 5 dni, 15 wykładów plenarnych oraz 43 referaty sekcyjne w 4 sekcjach: geometrii algebraicznej, analizy zespolonej, równań różniczkowych i geometrii nieprzemiennej. Lista wykładów plenarnych przedstawiała się następująco: Maxim Kontsevich, *(Non-)commutative complex analysis and arithmetic groups*; Mark Green, *A geometer looks at algebraic cycles*; Don Zagier, *Modular forms and their derivatives*; Christian Houzel, *The work of Henrik Abel*; William Fulton, *On the quantum cohomology of homogenous varieties*; Alain Connes, *Non-commutative spherical manifolds and elliptic functions*; Coro Ciliberto, *The Italian school of algebraic geometry and Abel's legacy*; Hendrijk W. Lenstra, *Harmonic numbers and the abc-conjectures*; Ken Ribet, *Geometry of modular curves and relations among modular forms*; Fabrizio Catanese, *From Abel's heritage: transcendental objects in algebraic geometry and their algebraization*; Gerd Faltings, *p -adic periods*; Genadi Henkin, *The Abel–Radon transform and applications*; Steve Kleiman, *The Abel map in abstract algebraic geometry*; Dennis Sullivan, *Algebraic topology and string operations*; Andrew Wiles, *Solvable and non-solvable extensions* ⁽²⁾.

⁽²⁾ Chciałbym dodać, że przy okazji tego wykładu okazało się po raz kolejny, jak bardzo popularny i cieszący się powszechną sympatią jest autor dowodu wielkiego twierdzenia Fermata, czego wyrazem była temperatura przyjęcia wykładu przez słuchaczy.

Odbyło się też dwudniowe seminarium prowadzone przez Christiana Skaua pt. *Abel and Galois – a critical assessment of their roles in unlocking the mystery of the solvability of equations*. Do tematyki tego seminarium wróćę po krótkim przypomnieniu sylwetki matematyka, któremu poświęcona była omawiana konferencja.

Niels Henrik Abel, genialny matematyk norweski, urodził się 5 sierpnia 1802 roku we Frindoe, niedaleko Stavanger, a zmarł mając niecałe 27 lat, 6 kwietnia 1829 r. we Froland, w Norwegii. Chorował na gruźlicę i ona zabrała go przedwcześnie. Jego osiągnięcia naukowe stały się, jak dobrze wiadomo, fundamentalnymi dla pewnych działów matematyki. Jedno z najsłynniejszych jego twierdzeń głosi, że ogólnych równań, w których przyrównuje się do zera wielomiany stopnia $n > 4$, nie można rozwiązać ograniczając się jedynie do elementarnych operacji algebraicznych (dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia) oraz wyciągania pierwiastków; krótko mówiąc – nie ma ogólnej metody posługującej się tylko wspomnianymi operacjami, pozwalającej na znalezienie rozwiązań równania algebraicznego stopnia większego niż cztery. Będziemy o nim mówili krótko w tej nocy jako o twierdzeniu o nierozwiązywalności równań stopnia wyższego niż 4⁽³⁾. Wynik ten pochodzi z roku 1824. Zawarty był – jak pisze Christian Skau w swym wprowadzeniu do wspomnianego wyżej seminarium – w manuskrypcie *Sur la résolution algébrique des équations*, który pozostał niedokończony i był trudny do zrozumienia, a opublikował go dopiero Bernt Michael Holmboe⁽⁴⁾ w *Dzielałach zebranych (Œuvres complètes)* Abela w roku 1839. Ludvig Sylow przedstawił szczegółową analizę tej pracy dla potrzeb drugiego wydania prac zebranych Abela, przygotowanego wspólnie z Sophusem Lie (por. [1])⁽⁵⁾. W dziele [1]

⁽³⁾ Mówi się krótko o nierozwiązywalności takich równań przez pierwiastniki; w języku angielskim mówi się, że równania stopni wyższych niż 4 *cannot be solved by radicals*.

⁽⁴⁾ Bernt Michael Holmboe (1795–1855) był nauczycielem matematyki w katedralnej szkole w Christianii (Oslo) i tam uczył Nielsa Abela, a potem (już jako wykładowca Uniwersytetu w Christianii) pomagał mu materialnie w edukacji uniwersyteckiej. Po śmierci Abela wydał w roku 1839 jego prace (por. [5]). Zachowały się listy Abela do Holmboe’a. W jednym z nich Abel pisze, że zajmuje się... wielkim twierdzeniem Fermata (nie nazywając tak rozważanego przez siebie problemu) i podaje kilka twierdzeń, które można chyba określić jako „znajdujące się w kręgu tematyki tw. Fermata”. Wspomniany list pokazuje elementy specyficznego humoru jego autora: data napisania listu jest podana jako trzeci pierwiastek z liczby 6064321219 z dopiskiem mówiącym, iż należy liczyć lata z ułkami dziesiętnymi roku. Czytelnik może sprawdzić, że chodzi o 3 sierpnia 1823 roku.

⁽⁵⁾ Peter Ludvig Mejdell Sylow (1832–1918) uzyskał fundamentalne wyniki w teorii grup skończonych. W roku 1862 wykładał na Uniwersytecie w Christianii (Oslo) przedstawiając m.in. wyniki Abela i Galois o równaniach algebraicznych. Wykładu tego słuchał m.in. Marius Sophus Lie (1842–1899), którego nazwisko weszło potem do matematyki jako twórcy teorii zwanej teraz teorią grup Liego (por. [5]). Można więc chyba przyjąć, iż pomysł krytycznego wydania dzieł Abela zrodził się na początku lat sześćdziesiątych XIX wieku.

są cztery prace Abela poświęcone równaniom algebraicznym, w tomie I: *Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré* (z adnotacją: Brochure ⁽⁶⁾ imprimée chez Grendahl, Christiania 1924), *Démonstration de l'impossibilité de la résolution algébrique des équations générales qui passent le quatrième degré* (wyd. przez Crelle'a ⁽⁷⁾ w roku 1926 w pierwszym tomie słynnego potem *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, por. [2] ⁽⁸⁾) i *Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement* (por. [3]) oraz w tomie II: *Sur la résolution algébrique des équations*. Wszystkie prace opatrzone są wnikliwymi komentarzami wydawców. Wymienione wyżej cztery prace dotyczące rozwiązywalności równań algebraicznych komentował Sylow. Z komentarza dotyczącego pierwszej z tych prac można się dowiedzieć, że Abel zajmował się tą tematyką jeszcze jako uczeń gimnazjalny i że wydawało mu się (w roku 1821), iż udowodnił... rozwiązywalność równań piątego stopnia, aby potem zobaczyć błąd, a w roku 1824 udowodnić nierozwiązywalność tych równań przez pierwiastniki. Komentarz do ostatniej z cytowanych wyżej prac wydrukowany jest na 10 stronach (małą czcionką); jego omawianie przekracza oczywiście ramy tego artykułu.

Wiadomo, że twierdzenie o nierozwiązywalności równań algebraicznych stopnia wyższego niż cztery wynika także z teorii Galois. Ewaryst Galois (1811–1832) przedstawił prace o algebraicznych rozwiązaniach równań algebraicznych Akademii Nauk w Paryżu 25 czerwca i 1 maja 1829 roku. W roku 1846 wydano prace Galois w *Journal de Liouville* (por. [4]; reprint Jacques Gabay, Paryż, 1989), a w roku 1897 La Société Mathématique de France wydało ponownie jego dzieła zebrane. Artykuł o wkładzie Galois w rozwój matematyki napisał w roku 1894 ⁽⁹⁾ Sophus Lie (*Influence de Galois sur le développement des mathématiques*, [w:] *Le centenaire de l'École Normale*, Hachette 1895). Niezmiernie ciekawa analiza dokonań Galois zawiera

⁽⁶⁾ „Broszura” ta była wydana chyba sumptem samego Abela; niezależnie więc od wersji rękopiśmiennej była i wczesna publikacja.

⁽⁷⁾ August Leopold Crelle (1780–1855) był matematykiem, który co prawda sam nie uzyskał wybitnych wyników, ale miał rzetelną wiedzę matematyczną (doktorat), był entuzjastą matematyki, świetnym organizatorem i miał intuicję pozwalającą dobrze oceniać talenty młodych matematyków; założył wychodzący do dziś *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, w którym ukazało się m.in. wiele prac Abela. Zachowały się listy Abela do Crelle'a, zawierające niebagatelną treść matematyczną.

⁽⁸⁾ Praca napisana pierwotnie po francusku została przetłumaczona na niemiecki i stąd jej tytuł [2].

⁽⁹⁾ Lie przebywał wtedy, od 1886 r., w Lipsku (datował swój artykuł: Leipzig, le 17 novembre 1894). Przypomnieć warto, że uczniem Liego z tego okresu był Kazimierz Paulin Żorawski (1866–1953), późniejszy docent Szkoły Politechnicznej we Lwowie, w latach 1895–1919 profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego, a następnie profesor Politechniki Warszawskiej i Uniwersytetu Warszawskiego.

też spostrzeżenia dotyczące idei Abela; nawet bardzo krótkie ich omówienie wymagałoby osobnego artykułu.

Wstęp do wspomnianego wyżej seminarium autorstwa jego inicjatora, Christiana Skaua, zwraca uwagę na znaczenie prac Lagrange’a i Gaussa oraz ich idei, na których de facto opierali swe podstawowe rozumowania zarówno Abel jak i Galois. Niezależnie od stwierdzenia nieznaczących różnic czasowych w ukazywaniu się wyników Abela i Galois, dwóch genialnych matematyków, którzy zakończyli przedwcześnie życie w smutnych, tragicznych okolicznościach, warto przytoczyć zdanie Sylowa o tym, iż Abel był pierwszym, który uznał zagadnienie nieredukowalności jako kluczowe dla rozwiązania rozważanych problemów. Nie ulega też wątpliwości, że twierdzenie o nierozwiązywalności równań stopnia wyższego niż cztery udowodnił pierwszy Abel. Natomiast – przypomnijmy – piękna, „całościowa” teoria Galois podaje m.in. twierdzenie o warunkach koniecznych i dostatecznych na to, aby nieredukowalne równanie stopnia będącego liczbą pierwszą było rozwiązywalne.

Poświęcono dużo miejsca tematyce rozwiązywalności równań algebraicznych przede wszystkim dlatego, że uzyskane przez Abela wyniki były spektakularne i w naturalny sposób odnoszone do tego, co – w znacznej mierze niezależnie – zrobił Galois. Ale nie tylko tym zajmował się Abel, a jego dorobek jest znacznie bogatszy. Interesował się między innymi *funkcjami eliptycznymi* ⁽¹⁰⁾ i tzw. *całkami eliptycznymi* oraz zagadnieniami związanymi z teorią szeregów potęgowych; kilka jego wyników z tych działów wchodzi do kanonu wiedzy matematycznej. Napisał kilka prac o równaniach różniczkowych, z zakresu których pewne zagadnienia były punktami wyjścia do prac z teorii funkcji eliptycznych. Spośród kilku (a biorąc pod uwagę różne związki z innymi zagadnieniami, trzeba może powiedzieć – spośród kilkunastu) prac dotyczących funkcji eliptycznych najobszerniejszą jest zamieszczona w [1], na stronach 263–388, rozprawa *Recherche sur les fonctions elliptiques*, skomentowana wnikliwie przez Liego. Zawiera ona rezultaty opublikowane w dwóch częściach w *Journal für die reine und angewandte Mathematik* w latach 1827 (tom II) i 1828 (tom III).

Nazwisko Abela związane jest – jak matematycy dobrze wiedzą – z pojęciem grupy przemiennej, czyli, jak teraz mówimy, *grupy abelowej*, ale także

⁽¹⁰⁾ Badania nad funkcjami eliptycznymi prowadził w tym samym mniej więcej czasie Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–1851); o pracach Jacobiego i Abela z tego zakresu wypowiadał się z wielkim uznaniem współcześnie (czyli w latach 1828–1829), w swych listach do Jacobiego, Adrien-Marie Legendre (1752–1833), który docenił wartość rezultatów tych dwóch, młodych wówczas, matematyków. J. J. O’Connor i E. F. Robertson piszą w biografii Legendre’a (por. [5]), że jego trzytomowe dzieło *Traité des Fonctions Elliptiques* (drukowane w latach 1825, 1826 i 1830) zdezaktualizowało się po opublikowaniu prac Abela i Jacobiego.

i z takimi pojęciami jak *równanie Abela*, *całka Abela*, *zbieżność (szeregu) w sensie Abela*, *transformacja Abela*.

Przypominając tutaj – tylko pobieżnie i wyrywkowo – spuściznę naukową Abela, prawdziwie genialnego matematyka, wypada uznać w pełni trafność decyzji Norwegów, którzy wybrali go na patrona międzynarodowej nagrody naukowej w zakresie matematyki, korespondującej z nagrodą Nobla.

Literatura cytowana

- [1] N. H. A b e l, *Œuvres complètes*, deuxième édition, t. I i II, edytorzy: Ludvig Sylow i Sophus Lie, Christiania (Oslo) 1881 [reprint, wyd. Jaques Gabay, Paryż 1992].
- [2] N. H. A b e l, *Beweis der Unmöglichkeit algebraische Gleichungen von höheren Grade als den vierten allgemein aufzulösen*, J. Reine Angew. Math. 1 (1826), 65–84.
- [3] N. H. A b e l, *Mémoires sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement*, ibid. 4 (1829), 131–156.
- [4] E. G a l o i s, *Œuvres mathématiques*, J. Liouville 11 (1846), 381–444.
- [5] Słownik biograficzny na stronach internetowych Uniwersytetu St. Andrews: <http://turnbull.dcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/>, biografy Abela, Crelle'a, Galois, Holmboe'a, Jacobiego, Legendre'a, Liego i Sylowa; autorzy: J. J. O'Connor, E. F. Robertson.