ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XLI (2005)

Recenzje

Jerzy M i o d u s z e w s k i, *Wykłady z topologii: topologia przestrzeni euklidesowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1994, str. 231.

Jerzy M i o d u s z e w s k i, *Wykłady z topologii: zbiory spójne i kontinua*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2003, str. 170, ISSN 0208-6336, ISBN 83-226-0782-2.

Nazbyt częstym sposobem wykładania topologii jest dzisiaj postępowanie formalne, z niewielką tylko dbałością o motywacje historyczne czy intuicje geometryczne. Mamy więc nieintuicyjne aksjomaty, mnożą się abstrakcyjne pojęcia, twierdzenia i przykłady. Dla wrażliwego studenta postępowanie takie jest zabójcze, a najczęstszą obroną jest „reguła trzech zet: zakuć – zdać – zapomnieć". Na „zrozumieć" miejsca nie ma. Odnosi się to zresztą nie tylko do topologii, ale to o niej tu mowa, prezentowane bowiem *Wykłady* są na tym tle jak łyk świeżego powietrza. Nie ma w nich aksjomatów, unika się formalnych dowodów, widać natomiast troskę o ujawnienie motywacji, dotarcie do głębokich i stale żywych źródeł, a także przypomnienie historycznej ewolucji ważniejszych idei.

Zgodnie z tytułem książek, ich rozdziały nazywają się wykładami i jest tych wykładów 1 + 13 (wykład wstępny + 13 numerowanych) w książce pierwszej oraz 8 w książce drugiej. Omówimy je po kolei.

Już wykład wstępny ujawnia najstarsze źródła topologii: mosty królewieckie, wzór Eulera $F - E + V = 2$ dla wielościanów, bryły platońskie. W następnych wykładach od tych źródeł przechodzimy do topologii przestrzeni euklidesowych, a dlaczego, o tym Autor tak pisze: „topologia ma kilka niezależnych źródeł, ale to, które wywodzi się z dowodów zasadniczego twierdzenia algebry, wydaje się najważniejsze" (przypis na str. 75). W wykładzie 1 mamy aksjomat Pascha o rozcinaniu płaszczyzny przez prostą i jego ważkie konsekwencje: twierdzenie Jordana-Dehna (o to drugie nazwisko można by się spierać) o rozcinaniu płaszczyzny przez łamaną zwykłą zamkniętą, twierdzenie o krzywej Theta, grafy niespłaszczalne, twierdzenie Moore'a o triodach, twierdzenie Schoenfliesa o rozszerzaniu homeomorfizmu (między łamanymi zwykłymi zamkniętymi na płaszczyźnie na całą płaszczyznę) – co razem składa się na obszerny i ważny fragment topologii płaszczyzny. Wykład 2 zajmuje się sympleksem, triangulacjami i odwzorowaniami symplicjalnymi, a do najważniejszych przypomnianych w nim wyników należy „twierdzenie o realizacji" (każda triangulacja skończona jest izomorficzna z triangulacją geometryczną, której sympleksy leżą w przestrzeni euklidesowej) i twierdzenie o aproksymacji symplicjalnej. W „Aneksie" do tego wykładu mamy lemat Urysohna, twierdzenie Tietze'go, retrakty, kostkę Hilberta i twierdzenie o uniwersalności tej kostki, zgodnie z którym zawiera ona w sobie wszystkie przestrzenie metryczne ośrodkowe. W wykładzie 3 najważniejszy jest lemat kombinatoryczny Spernera i jego konsekwencje, zarówno te znane (o niemożliwości retrakcji kuli na jej brzeg, o zachowywaniu otwartości, o punkcie stałym) jak i mało znane (twierdzenie Kuratowskiego-Steinhausa, twierdzenie Urbanika); wykład ciekawy i bogaty, także w historyczne komentarze. Wykład 4 jest poświęcony wymiarowi (pokryciowemu) i twierdzeniom ukazującym jego znaczenie (wymiar n-wymiarowego sympleksu jest równy n, twierdzenie Mengera-Nöbelinga o zanurzaniu itp.). W wykładzie 5 pojawiają się takie pojęcia jak homotopia, ściągalność, odwzorowania istotne i nieistotne itp., ilustrują je zaś twierdzenia Holsztyńskiego i Łokuciewskiego o punktach incydencji oraz wnioski takie jak ten, że kontinua wężowe mają własność punktu stałego. Wykład 6 jest poświęcony twierdzeniom o rozcinaniu przestrzeni euklidesowych. Wykład 7 wraca do twierdzenia Jordana o rozcinaniu płaszczyzny, twierdzenia Schoenfliesa oraz osobliwości takich jak kontinuum płaskie będące wspólnym brzegiem 3 obszarów („jeziora Wady") i zbiory Antoine'a. W wykładzie 8 poznajemy grupę podstawową, w wykładzie 9 niektóre własności tej grupy, w tym grupę podstawową okręgu, dowód zasadniczego twierdzenia algebry i twierdzenie, że nie istnieje retrakcja wstęgi Möbiusa na jej brzeg, a w wykładzie 10 nakrycia, w szczególności twierdzenie o podnoszeniu okręgu i twierdzenie o podnoszeniu homotopii – wraz z zastosowaniami. W wykładzie 11 poznajemy przestrzeń rzutową i jej grupę podstawową, a wśród wniosków twierdzenie Borsuka-Ulama o antypodach i twierdzenie o kanapce. Wykład 12 wraca do płaszczyzny przedstawiając dowody Eilenberga twierdzeń Janiszewskiego o rozcinaniu płaszczyzny. Ostatni w tej książce rozdział 13 zajmuje się uogólnieniami twierdzenia o antypodach na przypadek n-wymiarowy, w tym twierdzenie Borsuka-Ulama i twierdzenie Lusternika-Sznirelmana. Książkę zamykają bardzo użyteczne wykazy nazw, twierdzeń i autorów.

Druga część *Wykładów* jest poświęcona różnym aspektom pojęcia spójności. Jej wykład 1 zaczyna się od spójności zbiorów uporządkowanych, a przy tej okazji Autor rozważa prostą Sorgenfreya, hipotezę Suslina, zbiór Cantora i kontinua uporządkowane. Wykład 2 wprowadza pojęcie ogólnej przestrzeni topologicznej. Wykład 3 bada zjawisko niespójności, wprowadzając w tym celu pojęcia składowej i quasiskładowej oraz różne osobliwe przykłady jak zbiory dwuspójne i zbiory szeroko spójne. W wykładzie 4 poznajemy kontinua, ogólną ich definicję i różne ich klasy. Przedmiotem wykładu 5 jest lokalna spójność, a w tym twierdzenia charakteryzacyjne kontinuów lokalnie spójnych (Hahn, Moore, Mazurkiewicz, Sierpiński). Z lokalną spójnością wiążą się odwzorowania peanowskie, które Autor rozważa w wykładzie 6 od strony geometrycznej. W wykładzie 7 rozważa się kontinua niemetryzowalne, a w szczególności pochodzące od Mardešić'a przykłady, że twierdzenia charakteryzacyjne Hahna-Mazurkiewicza i Mazurkiewicza-Moore'a nie przenoszą się na tę klasę kontinuów. Dwa ostatnie wykłady są poświęcone specjalnym klasom kontinuów, a mianowicie wykład 7 dendrytom i wykład 8 kontinuom nierozkładalnym, przy czym rozważa się jeziora Wady (ponownie), a nadto kontinuum dziedzicznie nierozkładalne Knastera, solenoidy, kontinua łańcuchowe. I ta część kończy się wykazami: autorów, nazw i twierdzeń, a nadto (czego nie było w części 1) wykazem przykładów oraz angielskim i rosyjskim streszczeniem.

Już sam przegląd treści *Wykładów* może być zaskoczeniem ze względu zarówno na ich bogactwo tematyczne jak i wyraźną fascynację Autora niektórymi ideami i pojęciami topologicznymi, których wartość jest potwierdzana nowymi wynikami, tropionymi przezeń z detektywistyczną konsekwencją. Gdzie jeszcze można przeczytać o twierdzeniu Urbanika, którego dowód opiera się na lemacie Spernera, albo o twierdzeniu Holsztyńskiego o punktach ekstremalnych? Wielką wartością tych książek jest wydobywanie takich wyników i włączanie ich w krwioobieg wykładów uniwersyteckich. (Przypomina się powiedzenie Hugona Steinhausa, że jeśli profesor nie zmienia treści swoich wykładów, to trzeba zmienić profesora ...)

Autor pisze, że wykłady służyły doktorantom Instytutu Matematyki Uniwersytetu Śląskiego. Wydaje się, że takie (lub podobne) powinno być ich przeznaczenie, na wykład kursowy bowiem, np. jako wprowadzenie do topologii, raczej się nie nadają. Autor zdaje się zakładać pewien poziom wiedzy topologicznej, często bowiem używa pojęć, których nie definiuje, np. w wykładzie 1 części pierwszej są to: zbiór zwarty, zbiór spójny, przestrzeń lokalnie spójna (terminy „zbiór" i „przestrzeń" używane są synonimicznie), kontinuum, homeomorfizm i parę jeszcze innych. W *Wykładach* skupia się uwagę na wątkach subiektywnie dla Autora ciekawych, a pomija niektóre inne wątki ważne, np. brak rozdziału o przestrzeniach zwartych, a więc i nie ma twierdzenia Tichonowa o produktowaniu takich przestrzeni. Miesza się style i techniki. Początkujący student może się w tym wszystkim pogubić, ale student wyrobiony, znający już wcześniej używane w *Wykładach* pojęcia i niektóre ich własności – odkryje w tych książkach i historycznych w nich komentarzach nieoczekiwane bogactwo, jakiego zapewne nie podejrzewał.

W *Wykładach* jest trochę literówek, np. jako rok sformułowania przez Pascha jego aksjomatu podaje się 1982, a powinno oczywiście być 1882 (I, str. 17), ale na tle innych wydawnictw ich ilość wydaje się umiarkowana. Czasem trudno przyjąć osobliwą terminologię, np. „węzeł" grafu zastępuje wierzchołek, a „łuk" – krawędź, co samemu Autorowi czasem się myli. Bywają i niezręczności stylistyczne, np. „płaszczyzna w innych przestrzeniach euklidesowych" (I, str. 24). Istnieją też lepsze opracowania historii topologii niż rozdział cytowanej przez Autora monografii A. P. Juszkiewicza z historii matematyki. Są to jednak sprawy drobne, które nie powinny przesłaniać zasadniczej wartości *Wykładów.*

Wykłady Jerzego Mioduszewskiego stanowią istotne wzbogacenie naszej literatury podręcznikowej.

Roman Duda