Recenzje

Współczesna filozofia matematyki. Wybór tekstów, wybrał, przełożył, komentarzami opatrzył i wstępem poprzedził Roman M u r a w s k i, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002, str. 386, ISBN 83-01-13928-5.

Recenzowana antologia niejako dopełnia dwie inne książki Murawskiego, mianowicie *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych* (Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1994, wyd. II) oraz *Filozofia matematyki. Zarys dziejów* (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001, wyd. II). W rzeczy samej, *Współczesna filozofia matematyki* zaczyna się mniej więcej tam, gdzie poprzednia antologia kończyła się, tj. na początku lat trzydziestych poprzedniego stulecia. Dokładniej mówiąc, momentem przełomowym jest sławna konferencja w Królewcu z 1930 r. (II Konferencja Epistemologii Nauk Ścisłych, Królewiec, 5-7 września 1930 r.); referaty wygłosili na niej Carnap (o logicyzmie), Heyting (o intuicjonizmie) oraz von Neumann (o formalizmie). Obecny był również Kurt Gödel, wówczas szerzej nieznany, który w trakcie jednej z dyskusji poinformował słuchaczy o swym odkryciu, że arytmetyka liczb naturalnych jest niezupełna. Wszystko wskazuje na to, że ten epokowy wynik nie był wówczas doceniony ani nawet zrozumiany (poza von Neumannem, który rychło wyprowadził wniosek stanowiący, że niesprzeczność arytmetyki nie może być udowodniona w samej arytmetyce; okazało się jednak, że sam Gödel wiedział to już wcześniej). Epokowy artykuł Gödla o zdaniach nierozstrzygalnych w systemach typu *Principia Mathematica* ukazał się rok później i jest powszechnie uważany za otwarcie nowego okresu w podstawach i filozofii matemayki. Jest rzeczą interesującą, że w Królewcu w tym czasie obecny był również Hilbert, ale w konferencji nie uczestniczył. Gdyby było inaczej, to nie wykluczone, że miałaby miejsce wielce interesująca debata o znaczeniu twierdzenia Gödla dla formalizmu. Hilbert i Gödel nigdy zresztą nie spotkali się osobiście.

Niniejsza antologia zaczyna się od przedmowy wyjaśniającej jej zamysł i charakter. Potem następuje obszerny (34 strony) wstęp przedstawiający ogólny zarys współczesnej filozofii matematyki, tj. jej główne tendencje po 1930 r. Murawski kolejno omawia klasyczne kierunki w filozofii matematyki, tj. logicyzm, intuicjonizm i formalizm. Kolejny fragment wstępu dotyczy okresu 1931-lata pięćdziesiąte XX w. Znajdujemy tutaj omówienie filozofii matematyki Quine'a, ścisłego formalizmu Curry'ego, koncepcji późnego Wittgensteina, filozofii matematyki Gödla oraz wpływu filozofii na podstawy matematyki (nurt teoriomnogościowy, nurt teorio-dowodowy i nurt konstruktywistyczny). Dalej mamy raport na temat filozofii matematyki po 1960 r. Zaczyna się on ustępem o rozwoju kierunków klasycznych. Filozofia teorii mnogości, krytyka klasycyzmu z punktu widzenia podstaw matematyki, *quasi*-empiryzm, konsekwencje zastosowania komputerów w dowodach matematycznych i dyskusje wokół pojęcia istnienia wypełniają resztę wstępu. Do tego dochodzi wcale obszerna bibliografia, sięgająca do 1999.

Wstęp jest bogaty w informacje i bardzo pożyteczny. Mam jednak pewne uwagi krytyczne i uzupełniające. Po pierwsze, ważna różnica pomiędzy filozofią matematyki a podstawami matematyki, istotnie obecna w rozważaniach Murawskiego, nie została jednak należycie wyjaśniona. Nieprzygotowany czytelnik może mieć niejakie kłopoty z uchwyceniem odmienności filozoficznych podstaw matematyki z jednej strony oraz matematycznych podstaw tej dyscypliny z drugiej strony. Po drugie, zbyt mało miejsca zostało poświęcone pojawieniu się nurtu teorio-mnogościowego, nurtu teorio-dowodowego; konstruktywizm jest potraktowany szerzej, ale w innym miejscu. Zamieszczenie informacji na temat tych idei w ustępie zatytułowanym „Wpływ filozofii na podstawy matematyki" jest moim zdaniem niewłaściwe. Po trzecie, w paragrafie o logicyzmie brakuje wzmianki o tzw. neologicyzmie (Boolos, Hale, C. Wright). Po czwarte, tzw. strukturalizm został sprowadzony tylko do problemu istnienia, a jest przecież czymś więcej. Po piąte, bibliografia, chociaż, jak już wspomniałem, jest bogata, wymaga dzisiaj uzupełnienia. Następujące pozycje warto wymienić (podaję w porządku chronologicznym; oczywiście i te dane nie są kompletne; lista dotyczy okresu od 1995): M. Reznik (red.), *Mathematical Objects and Mathematical Knowledge*, Dartmouth, Aldershot 1995; Agazzi E., Darvas G. (red.), *Philosophy of Mathematics Today*, Kluwer, Dordrecht 1997; P. Maddy, *Naturalism in Mathematics*, Clarendon Press, Oxford 1997; M. Schirn (red.), *The Philosophy of Mathematics Today*, Clarendon Press, Oxford 1997; Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford University Press, Oxford 1998; J. Brown, *Philosophy of Mathematics: An Introduction to a World of Proofs and Pictures*, Routledge, London 1999; S. Shapiro, *Thinking about Mathematics. The Philosophy of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford 2000; M. Colyan, *The Indispensability of Mathematics*, Oxford Universuity Press, Oxford 2001; A. George, D. Velleman, *Philosophies of Mathematics*, Blackwell Publishers, Oxford 2001; D. Jacquette (red.), *Philosophy of Mathematics. An Anthology*, Blackwell Publishers, Oxford 2002. Wykaz ten pokazuje, iż filozofia matematyki jest przedmiotem sporej uwagi. Trzeba też odnotować kilka polskich książek: T. Bigaj, *Matematyka a świat realny*, Wydział Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1997; K. Wójtowicz, *Realizm mnogościowy. W obronie realistycznej interpretacji matematyki*, Wydział Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1999; J. Doboczyński, *Filozofia matematyki w ujęciu historycznym*, OBI, Kraków, Biblos, Tarnów 2000; K. Wójtowicz, *Platonizm matematyczny. Studium filozofii matematyki Kurta Gödla*, OBI, Kraków, Biblos, T'arnów 2002; J. Dadaczyński, *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście wykładów z filozofii matematyki*, OBI, Kraków, Biblos, Tarnów 2002.

Struktura antologii odpowiada z grubsza (tylko „z grubsza"; informacja podana w nawiasie po wskazaniu danej części jasno pokazuje, że nie ma pełnej korespondencji, ani rzeczowej ani chronologicznej) planowi wstępu i wygląda tak (w nawiasach podaję daty ukazania się oryginałów). Część I dotyczy koncepcji określonych jako klasyczne i składa się z trzech tekstów królewieckich: R. Carnap, „Logicystyczne podstawy matematyki" (1931); A. Heyting, „Intuicjonistyczne podstawy matematyki" (1931); J. von Neumann, „Formalistyczne podstawy matematyki" (1931). W części II (nowe kierunki bardziej związane z podstawami) znajdujemy: K. Gödel, „Logika matematyczna Russella" (1944), K. Gödel, „Co to jest Cantora problem kontinuum" (1947; II wyd. z ważnym uzupełnieniem zostało opublikowane w 1964 r.), P. J. Cohen, „O podstawach teorii mnogości" (1971); P. Vopěnka, „Zbiory aktualnie nieskończone" (1983); P. Maddy, „Wierząc w aksjomaty" (1988); S. G. Simpson, „Częściowe realizacje programu Hilberta" (1988). Część III (nowe kierunki bardziej związane z filozofią) zawiera: I. Lakatos, „Renesans empiryzmu we współczesnej filozofii matematyki" (1967), H. Putnam, „Czym jest prawda matematyczna?" (1975); M. Kline, „Matematyka przestała być nauką pewną i niepodważalną" (1980). Część IV (*cum grano salis* ostatnie nowinki, wszelako zobacz daty dwóch pierwszych artykułów) obejmuje: R. Wilder, „Kulturowa baza matematyki" (1952); E. P. Wigner, „Niepojęta skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych" (1960); Th. Tymoczko, „Problem czterech barw i jego znaczenie filozoficzne (1979); G. Chaitin, „Twierdzenie Gödla a informacja" (1982); Ch. Parsons, „Strukturalizm o obiektach matematyki" (1990). Poszczególne teksty zaopatrzone są w krótkie a treściwe wprowadzenia, ukazujące miejsce danego artykułu na mapie filozofii matematyki. Dodane są też przypisy wyjaśniające pewne problemy techniczne i zawierające rozmaite uwagi historyczne. Komentarze Murawskiego we wprowadzeniach i przypisach na pewno ułatwiają lekturę.

W przypadku każdej antologii można dyskutować o trafności wybranych tekstów. Murawski zresztą sam to zaznacza w przedmowie na s. 7/8. Ponieważ zawsze jest coś do zauważenia z takiego lub innego punktu widzenia, tego rodzaju uwagi są w gruncie rzeczy bezprzedmiotowe, chyba że rzecz dotyczy kolekcji kompletnie nieudanych, a recenzowana na pewno do nich nie należy. Wręcz przeciwnie: stanowi bardzo dobrze zaprojektowany i wykonany zamysł prezentacji współczesnej filozofii matematyki. Jedyna wątpliwość dotyczy artykułu Chaitina. Jego interpretacja twierdzenia Gödla w ramach teorii informacji jest dość kontrowersyjna (por. w tej sprawie S. Krajewski, *Twierdzenie Gödla i jego interpretacje filozoficzne. Od mechanicyzmu do postmodernizmu*, Wydawnictwo Instytutu Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa 2003, s. 75-76). Nawet jeśli Murawski nie podziela wątpliwości w tej materii, to trzeba jednak poinformować czytelników, że takowe istnieją. Rzecz polega z grubsza na tym, że złożoność systemu formalnego nie przekłada się na jego siłę dowodzenia. Niemniej jednak wydaje się, że interpretacja Chaitina rzuca jakieś światło na stosunek informacji fizycznej do informacji semantycznej. A cóż można powiedzieć o innych pozycjach zamieszczonych w antologii Murawskiego? Wyszły spod pióra wybitnych filozofów czy matematyków, niektóre pochodzą od tych największych (Heyting, von Neumann, Gödel, Cohen). Tych, jak i większości, nie trzeba reklamować. Któż w końcu oprze się pokusie lektury artykułu o podstawach teorii mnogości autora, który udowodnił niezależność hipotezy kontinuum. Myślę, że na dwa teksty warto zwrócić baczniejszą wagę z powodu ich zawartości informacyjnej. Mam na myśli prace Maddy i Simpsona. Pierwsza stanowi pouczające przedstawienie obecnego stanu w podstawach teorii mnogości, a druga referuje nową, nieoczekiwanie skuteczna wersję programu Hilberta, który zdał się już pogrzebany wynikami Gödla.

Redakcja książki jest staranna. Z jednym wszakże wyjątkiem, mianowicie bibliografii. O ile braki wyżej wskazane są w znacznej mierze usprawiedliwione, bo nikt nie jest w stanie panować nad obecnym zalewem publikacyjnym, to myślę, że Murawski nie dopełnił dość oczywistego obowiązku redaktorskiego, jakim jest informacja o publikacjach poszczególnych autorów, dostępnych w języku polskim, przynajmniej wybranych, nawet jeśli nie dotyczą wprost filozofii matematyki. A tych jest sporo. I tak kolejno (ograniczam się wyłącznie do książek; artykułów jest też sporo, także w *Wiadomościach Matematycznych*): R. Carnap, *Filozofia jako analiza języka nauki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969; R. Carnap, *Logiczna składnia języka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995; R. Carnap, *Wprowadzenie do filozofii nauki*, Aletheia, Warszawa 2000; J. von Neumann, *Maszyny matematyczne a mózg ludzki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963; I. Lakatos, *Pisma z filozofii nauk empirycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995; H. Putnam, *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998; M. Kline, *Matema-*

tyka a świat fizyczny, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964. Ale i inne dane powinny być obecne, przede wszystkim w przypisach (o ile zawierają wyraźne odniesienia do literatury) i bibliografiach. I tak np. (lista ta na pewno nie jest pełna) mamy polskie wydanie B. Bolzana, *Paradoksy nieskończoności* (Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1966), H. Poincarégo, *Nauka i metoda* (Mortkowicz, Warszawa 1911); S. Kripkego, *Nazywanie i konieczność* (Pax, Warszawa 1988), G. Hardy'ego, *Apologia matematyka* (Prószyński i S-ka, Warszawa 1997), T. Kuhna, *Struktura rewolucji naukowych* (Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1968, inne wydanie, Aletheia, Warszawa 2001); K. Poppera, *Logika odkrycia naukowego* (Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977, inne wydanie, Aletheia 2002), K. Poppera, *Droga do wiedzy. Domysły i refutacje* (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999), R. Feynmanna, *Charakter praw fizycznych* (Prószyński i S-ka, Warszawa 2001) czy Schrödingera, *Czym jest życie?* (Prószyński i S-ka, Warszawa 1998). Czytelnik tej antologii winien wiedzieć, że może sięgnąć do tych pozycji.

Na zakończenie warto zwrócić uwagę na ogólniejsze znaczenie prac Murawskiego (nie tylko recenzowanej antologii) dla znajomości filozofii matematyki w Polsce. Pomimo siły matematyki i logiki w naszym kraju, filozofia matematyki cieszyła się dość marginalnym zainteresowaniem. Niewiele prac na ten temat ukazało się w języku polskim. Zapewne zaważyła na tym ideologia polskiej szkoły matematycznej, traktująca filozofię życzliwie, aczkolwiek z dużym dystansem (wyjątkiem był Janiszewski, który publikował prace filozoficzne). Filozofia matematyki nie może być jednak pozostawiona samym filozofom, bo staje się z reguły dość amatorska. Wzrost liczby polskich publikacji w zakresie filozofii matematyki stanowi być może odwrócenie tej sytuacji. Myślę, że wcześniejsze publikacje Romana Murawskiego walnie się do tego przyczyniły. I miejmy nadzieję, że zbiór artykułów *Współczesna filozofia matematyki* zaowocuje dalszym rozwojem filozofii matematyki w Polsce.

Jan Woleński