ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XL (2004)

Recenzje

Jacek J a k u b o w s k i, Andrzej P a l c z e w s k i, Marek R u t k o w s k i i Łukasz S t e t t n e r, *Matematyka finansowa, Instrumenty pochodne*, WNT, Warszawa 2003, str. 320, ISBN 83-204-2807-6.

Matematyka finansowa i inżynieria finansowa należą dziś do najszybciej rozwijających się dziedzin matematyki stosowanej. Wystarczy zauważyć, że w światowych kongresach Bachelier Society biorą udział tysiące uczestników. Sam termin „matematyka finansowa”, choć pojawił się w literaturze światowej w 1946 r. wraz z książką Clarence'a H. Richardsona *Financial Mathematics*, budzi różne kontrowersje i jest inaczej rozumiany w środowisku ekonomicznym, a inaczej w środowisku matematycznym. Dobrą tego ilustracją jest anegdota dotycząca doktoratu laureata nagrody Nobla z ekonomii z roku 1990 – Harrego M. Markowitza – którą usłyszałem od samego bohatera na UCLA. Otóż w latach pięćdziesiątych przygotował on rozprawę doktorską na uniwersytecie w Chicago na temat teorii portfela kontraktów. Profesorowie ekonomii uznali, że to nie jest ekonomia, a raczej matematyka. Przesłano rozprawę matematykom, a ci po dokładnym zapoznaniu się odpowiedzieli, że i owszem, identyfikują problematykę jako algebrę liniową, ale rozprawa nie wnosi nowych wartości do matematyki. Gdy rozprawa wróciła do ekonomistów, sytuacja wydawała się beznadziejna. Na szczęście dla Markowitza, refleksem wykazał się jego promotor – Jasha Marschak. (To z nim właśnie, jako prezesem Econometric Society, Hugo Steinhaus dyskutował o podziale pragmatycznym w czasie pobytu w USA w 1947 r.) Podobno Marschak tylko cicho zauważył: „Panowie, ale to nie jest chyba rozprawa doktorska z literatury”. I to wystarczyło, aby ekonomiści dopuścili Markowitza do obrony, a rozprawa ta przyniosła mu światową sławę i weszła do kanonu ekonomii finansów. Po pół wieku podobne trudności mają uczeni w Polsce i ostatnio taki przypadek wydarzył się na poziomie zatwierdzenia habilitacji w CK. Fakt burzliwego rozwoju specjalności z matematyki finansowej, jaki dokonał się w czasie ostatniej dekady na wielu uczelniach akademickich w Polsce spowoduje, że będziemy narażeni na tego typu problemy i środowisko matematyczne musi się z nimi zmierzyć. Mam nadzieję, że recenzowana książka przynajmniej po stronie matematycznej rozwieje zasadnicze wątpliwości, czy matematyka finansowa jest matematyką, czy nie ? I choćby za to należy się Autorom uznanie.

Książka składa się z pięciu rozdziałów napisanych przez następujących Autorów: Instrumenty pochodne (Marek Rutkowski), Wprowadzenie do analizy stochastycznej (Jacek Jakubowski), Wycena instrumentów pochodnych w czasie dyskretnym (Łukasz Stettner), Wycena instrumentów pochodnych w czasie ciągłym (Andrzej Palczewski), Instrumenty pochodne stóp procentowych (Marek Rutkowski). Z informacji zawartej na okładce cytuję: „Podręcznik jest adresowany przede wszystkim do studentów i doktorantów matematyki i ekonomii, studiujących problematykę finansową, a także do wykładowców na kierunkach związanych z zastosowaniami osiągnięć matematyki teoretycznej w tej dziedzinie". Część zawartego materiału (rozdziały 2, 3 i 5) z powodzeniem przetestowałem w roku akademickim 2003/2004 na studentach specjalności Matematyka Finansowa i Ubezpieczeniowa kierunku Matematyka Politechniki Wrocławskiej.

Co jest w książce? W rozdziale pierwszym przedstawiono skrótowo zasady funkcjonowania rynków finansowych i omówiono podstawowe klasy instrumentów finansowych: kontrakty terminowe, opcje, wzór Blacka-Scholesa oraz wzór Blacka. Rozdział drugi zawiera syntetyczne wprowadzenie do analizy stochastycznej, m.in. martyngały i martyngały lokalne, całkę Ito, eksponentę stochastyczną, twierdzenie o reprezentacji martyngału, twierdzenie Girsanowa, wzór Feynmana-Kaca. W rozdziale trzecim omówiono elementy wyceny instrumentów finansowych w czasie dyskretnym, wyjaśniając pojęcia arbitrażu i zupełności modelu rynku finansowego. Dla modeli niezupełnych omówiono poszukiwanie cen sprzedającego i kupującego, które nie zabezpieczając w pełni pozycji sprzedającego czy też kupującego – są bliższe cen akceptowalnych. Szczegółowo przedstawiono tzw. zabezpieczenie kwantylowe, zabezpieczenie poprzez funkcję użyteczności oraz zabezpieczenie poprzez wybór miary martyngałowej o minimalnej entropii. Rozdział czwarty zawiera klasyczny model Blacka-Scholesa wyceny instrumentów pochodnych w czasie ciągłym. Oprócz opcji europejskich i barierowych w rozdziale tym omawia się również opcje amerykańskie. Te ostatnie wymagają jednak od Czytelnika znajomości obwiedni Snella oraz nierówności wariacyjnych. Powoduje to, że skondensowany 40-stronicowy rozdział jest trudny do czytania. Ostatni, 100-stronicowy rozdział piąty zawiera systematyczny wykład metod wyceny instrumentów pochodnych stóp procentowych przy uwzględnieniu struktury terminowej czyli ewolucji stóp procentowych w czasie, w odróżnieniu od modelu Blacka-Scholesa, gdzie stopy procentowe były stałe. Podkreślmy, że zarówno modele stopy terminowej jak i ryzyka kredytowego cieszą się w ostatnich latach szczególnym zainteresowaniem. W zakresie cen obligacji zerokuponowych bez ryzyka kredytowego szczegółowo przedstawiono metodę stopy krótkoterminowej (modele Mertona, Vasička, Blacka-Karasińskiego, Coxa-Ingersola-Rossa) oraz metodę HJM (Heath-Jarrow-Morton) opartą na stopie forward. Omówiono też transakcje procentowe typu cap i floor, model BGM (Brace-Gątarek-Musiela) wyceny stóp terminowych LIBOR oraz model Jamshidiana terminowych stóp swapowych. W drugiej części rozdziału omówiono uogólnienie na obligacje emitowane przez spółki, gdzie w odróżnieniu od obligacji skarbowych mamy do czynienia z ryzykiem kredytowym (możliwość niewywiązania się jednej ze stron kontraktu). Przedstawiono dwa modele strukturalne (model Mertona i model Blacka-Coxa) różniące się szczegółowymi założeniami dotyczącymi momentu niewywiązania się oraz postacią tzw. wypłaty zastępczej. Rozdział ten przybliża polskiemu czytelnikowi pewne podstawowe rezultaty omówione bardziej szczegółowo w monografiach [1,6].

Czego nie ma w książce? W ciągu ostatniej dekady procesy Lévy'ego i inne procesy ze skokami stawały się coraz bardziej popularne w modelowaniu fluktuacji rynków finansowych, zarówno z punktu widzenia zarządzania ryzykiem, jak i wyceny instrumentów pochodnych [3,7,9]. W szczególności, dane empiryczne dotyczące zwrotów indeksów giełdowych czy kursów walutowych sugerują, że konieczne jest uwzględnianie zarówno skoków, jak i rozkładów o ciężkich ogonach. Co więcej, analizując rynki opcji trafiamy na dobrze udokumentowany fakt, że tzw. implikowana zmienność nie jest stała jako funkcja ceny wykonania K czy czasu pozostałego do wykonania T-t – fenomen znany w żargonie finansowym jako „uśmiech zmienności". Pokazuje to, że klasyczne modele typu Blacka-Scholesa nie są idealnymi rozwiązaniami i można się spodziewać, że modele oparte na procesach ze skokami będą coraz częściej w użyciu. Z tym związana jest nieco inna matematyka i nie wystarcza już analiza stochastyczna dla ruchu Browna. Już przejście na przypadek procesu Poissona czy złożonego procesu Poissona [8] sprawia poważny kłopot osobom wytrenowanym tylko na geometrycznym ruchu Browna. Potrzeba też umiejętności statystycznych z zakresu modelowania finansowych szeregów czasowych przy pomocy procesów Lévy'ego po to, aby uwzględnić skupianie, skalowanie czy samopodobieństwo danych empirycznych [9]. Również niezwykle ważne stają się problemy zarządzania ryzykiem [5,10], które wykorzystują najnowsze osiągnięcia w matematyce finansowej oraz stymulują jej kierunki rozwoju. Należy oczekiwać, że kolejna dekada przyniesie intensywny rozwój matematyki finansowej w kierunku modeli alternatywnych do modelu Blacka-Scholesa i tu właśnie matematycy mają swoją wielką szansę w porównaniu z absolwentami kierunków ekonomicznych. Wydaje mi się, że na temat aktualnych kierunków rozwoju matematyki finansowej przydałoby się parę słów komentarza czy odsyłaczy do literatury. Tym bardziej, że książka jest również adresowana do doktorantów.

Uwagi szczegółowe.

1) Językiem finansów jest angielski. Dlatego dobrze się stało, że Autorzy podają w nawiasie również terminy w języku angielskim. W rozdziale czwartym nadużywa się terminu francuskiego *numéraire* na proces dyskontowy (dlaczego nie numerator?), co prowadzi do śmieszności językowych, np. „niech proces B będzie starym *numéraire*" (str. 175), czy „wybierzmy jako *numéraire* instrument S" (str. 176). Podobnie żargonowo używa się w rozdziale piątym pojęcia ryzyka defaultu (*default risk*) na ryzyko niewywiązania się (kontrahentów z warunków umowy) czy ryzyko niedotrzymania umowy. To też prowadzi do zgrzytów językowych postaci: „moment defaultu" (str. 277), „odzysk w chwili defaultu" (str. 278), „default firmy" (str. 286) czy „moment wczesnego defaultu" (str. 303). Szkoda, że redakcji WNT, znanej ze swojej dbałości o język polski, nie udało się przekonać Autorów odnośnie polskich odpowiedników tych dwóch terminów.

2) Czy zbiór artykułów różnych autorów można uznać za podręcznik? Testując tę książkę, miałem poważne wątpliwości. Pomimo zauważonego wysiłku, razi nierówny poziom szczegółowości rozdziałów, a zwłaszcza brak powiązania pomiędzy poszczególnymi rozdziałami, np. przejście od przypadku dyskretnego do ciągłego jest pewnym szokiem dla czytelnika. Brakuje również zadań oraz empirycznych przykładów rynkowych. Zapewne geneza powstania książki, na podstawie wykładów Letniej Szkoły w Będlewie, kładzie się tu cieniem. Wydaje się, że Autorzy zdawali sobie z tego sprawę pisząc uczciwie na końcu przedmowy: „Niniejsza książka może być podstawą cyklu semestralnych wykładów monograficznych, odpowiadającym kolejnym rozdziałom."

3) Nie zauważyłem w książce większych błędów. W kolejnych wydaniach należy jednak usunąć parę drobiazgów, jak brak założenia ograniczoności martyngału lokalnego w Tw.2.25.3, skrótowy opis konkluzji przykładów 3.4 i 3.6, czy tajemnicze pojawienie się logarytmów dziesiętnych log we wzorach rozdziału piątego. Wszędzie powinny być tylko logarytmy naturalne ln!

Konkluzja. Jestem w pełni przekonany, że recenzowana książka jest wartościową lekturą dla wszystkich zainteresowanych matematyką finansową i z prawdziwą przyjemnością pragnę ją polecić nowym czytelnikom. Wzbogaca istniejącą literaturę polską z tego zakresu i w znacznym stopniu może się przyczynić do spopularyzowania tej problematyki wśród matematyków polskich. Przy okazji wart odnotowania jest także fakt, że polscy autorzy mają już spory wkład w literaturę tego przedmiotu [1,2,4-6,8-10], a omawiana tu książka jeszcze go powiększa.

Literatura

[1] T. Bielecki, M. Rutkowski, *Credit Risk; Modeling, Valuation and Hedging*, Springer Berlin, 2002.

[2] M. Capiński, T. Zastawniak, *Mathematics for Finance, An Introduction to Financial Engineering,* Springer London, 2003.

[3] R. Cont, P. Tankov, *Financial Modelling with Jump Processes*, Chapman & Hall/CRC Boca Raton, 2004.

[4] D. Gątarek, R. Maksymiuk, *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych, Metody i modele*, K.E. Liber Warszawa, 1998.

[5] D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*, WIG Press Warszawa, 2001.

[6] M. Musiela, M. Rutkowski, *Martingales Methods in Financial Modelling*, Springer Berlin, 1997.

[7] S. Rachev, S. Mittnik, *Stable Paretian Models in Finance*, J.Wiley New York, 2000.

[8] T. Rolski, H. Schmidli, H. Schmidt, J. Teugels, *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, J. Wiley New York, 1999.

[9] A. Weron, R. Weron, *Inżynieria finansowa, Wycena instrumentów pochodnych, Symulacje komputerowe, Statystyka rynku*, WNT Warszawa, 1998.

[10] A. Weron, R. Weron, *Giełda energii, Strategie zarządzania ryzykiem*, CIRE Wrocław, 2000.

Aleksander Weron